

SEGMENTOS PROPORCIONALES Y TEOREMAS



I E DIVERSIFICADO DE CHIA



Buenos días Señores Estudiantes de los grados NOVENOS a continuación encontrarán la definición y algunos ejemplos de los teoremas de Thales de Mileto, Teorema de Pitágoras y Semejanzas entre triángulos

Estos conceptos son bajados de internet, de la página de editorial Santillana. Por eso estará en el blog para su disposición

Rosario Monastoque R.

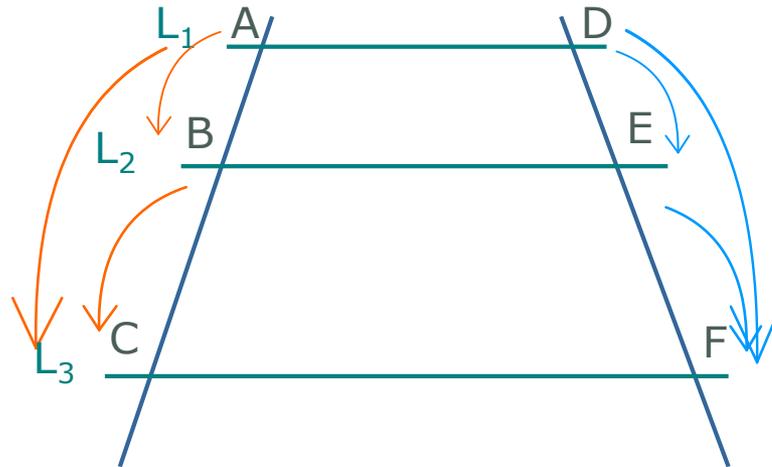
Profesora de Matemáticas

3. Teorema de Thales

Si tres o más rectas paralelas son intersectadas por dos transversales, los segmentos determinados por las paralelas son proporcionales. Este teorema tiene tres formas de presentarse:

a) Forma de Escalera:

Sean $L_1 // L_2 // L_3$, entonces:



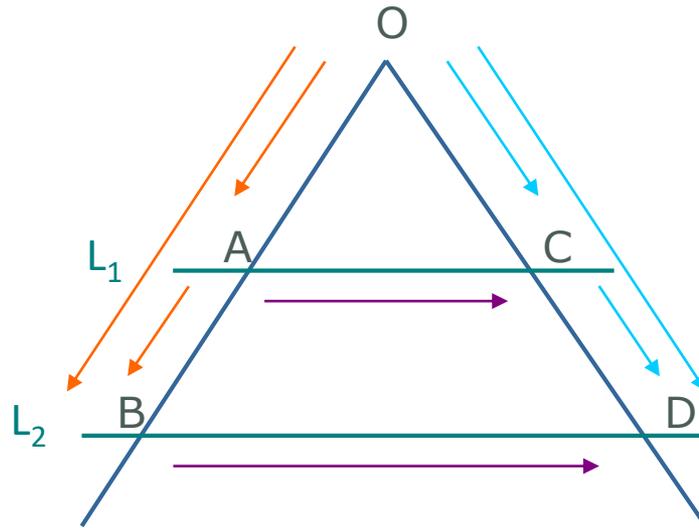
$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$$

b) Forma de «A» o Teorema Particular de Thales:

Sean $L_1 // L_2$, entonces:

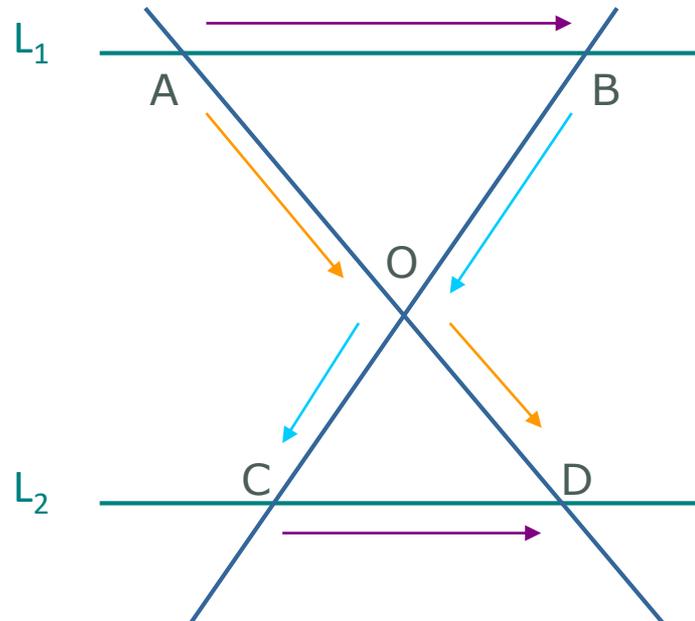


$$\frac{OA}{AB} = \frac{OC}{CD} \quad \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} \quad \frac{AB}{OB} = \frac{CD}{OD}$$

$$\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD} \quad \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{BD}$$

c) Forma de Reloj de Arena:

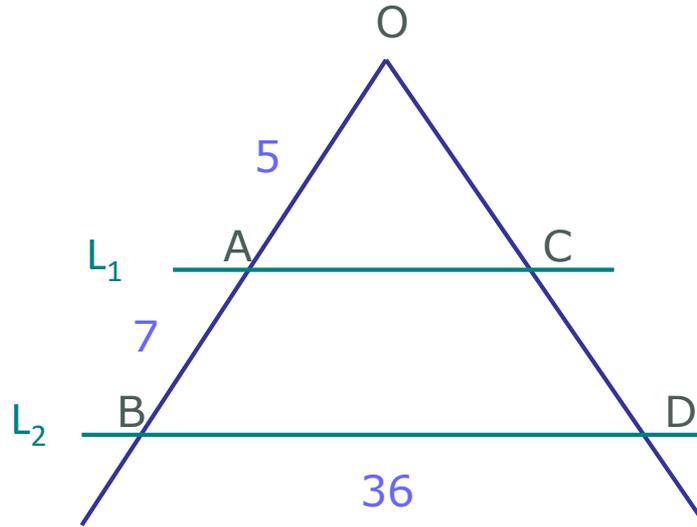
Sean $L_1 // L_2$, entonces:



$$\frac{AO}{OD} = \frac{BO}{OC} \quad \frac{AB}{CD} = \frac{AO}{OD} \quad \frac{AB}{CD} = \frac{BO}{OC}$$

Ejemplos:

1. En la figura, $L_1 \parallel L_2$. Determinar el valor del trazo AC.

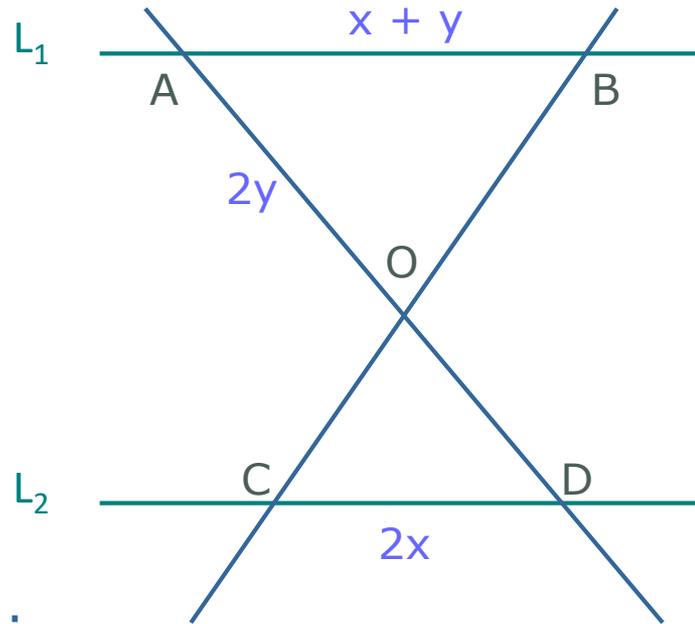


Solución:

Aplicando el Teorema particular de Thales o «A»:

$$\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD} \Rightarrow \frac{5}{AC} = \frac{12}{36} \Rightarrow AC = 15$$

2. En la figura, $L_1 \parallel L_2$. Determinar el trazo OD en función de x e y.

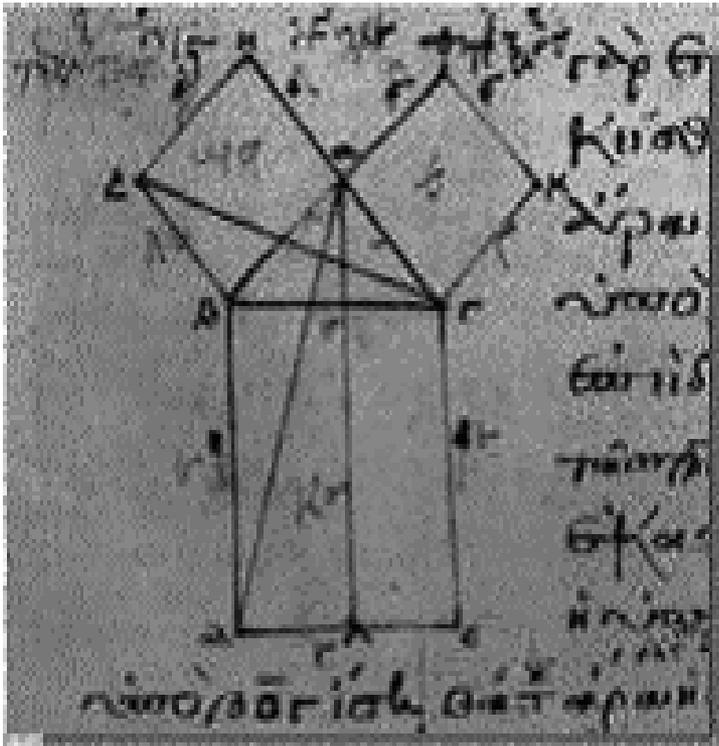


Solución:

Aplicando la «forma de reloj de arena» del Teorema de Thales:

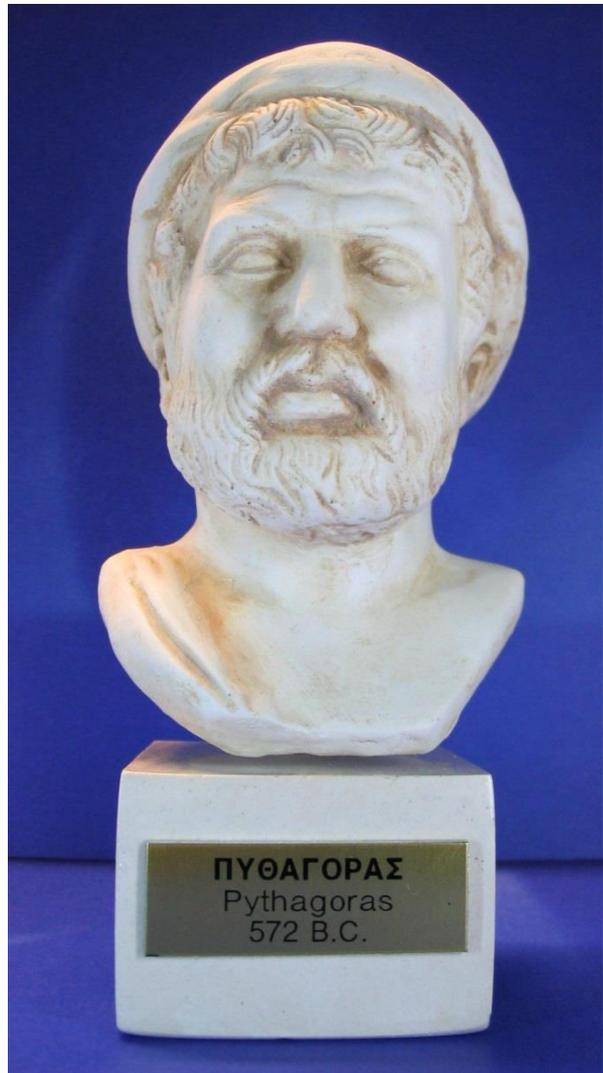
$$\frac{AB}{CD} = \frac{AO}{OD} \Rightarrow \frac{x+y}{2x} = \frac{2y}{OD} \Rightarrow OD = \frac{4xy}{x+y}$$

El Teorema de Pitágoras.



- Este teorema es de los más famosos de la geometría plana.
- Hay más de 300 pruebas de este teorema.
- Antes de enunciarlo procedemos a hacer un poco de historia acerca de Pitágoras.

Pitágoras



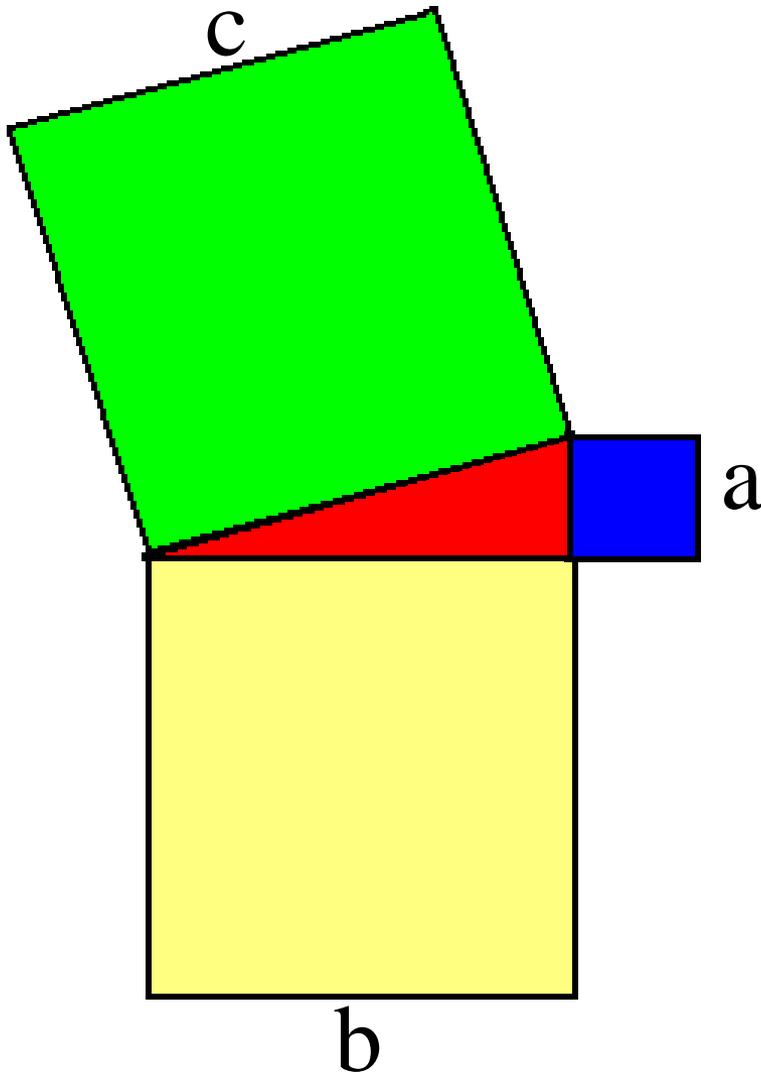
- Nació en 572 a. de c. aproximadamente. En la isla de Samos, una de las islas del mar Egeo, cerca de la ciudad de Mileto, donde nació Tales.
- Es muy probable que haya sido alumno de este último.



Pitágoras

- Parece que Pitágoras estuvo en Egipto y posiblemente viajó en forma más extensa por el Oriente antiguo.
- Tiempo después emigra al puerto griego de Crotona en Italia del sur. Ahí fundó la célebre escuela pitagórica, así como una fraternidad unida a ritos secretos y cabalísticos.
- Se dedicó al estudio de la filosofía, la matemática y la astronomía.

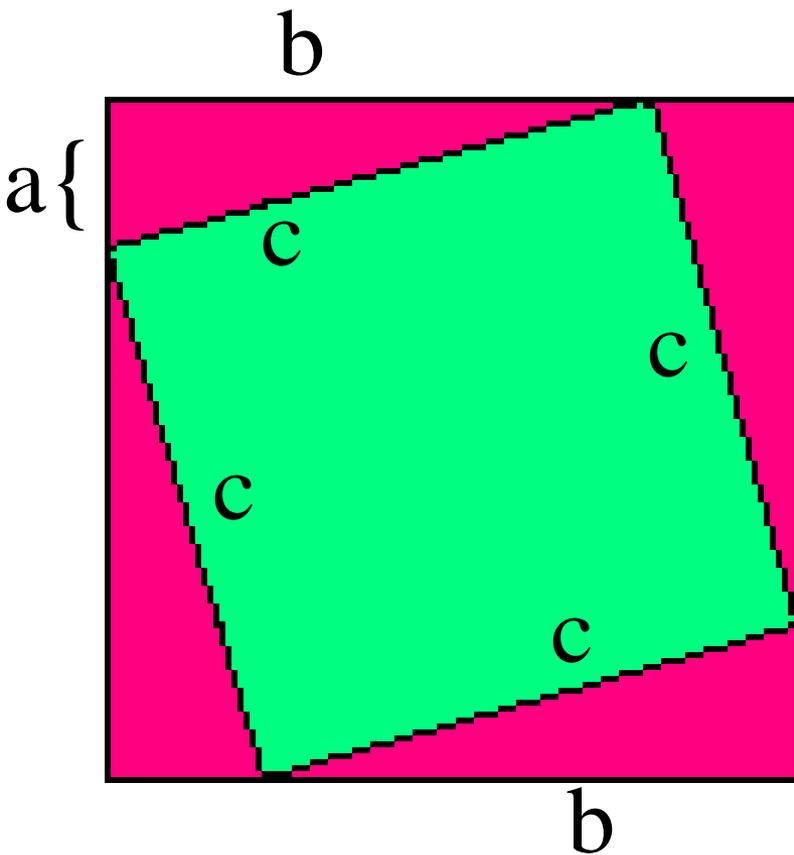
Teorema de Pitágoras



En un triángulo rectángulo, el cuadrado construido sobre la hipotenusa, tiene la misma área que la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Esta es una forma de probar el teorema anterior. Considera la siguiente figura



El área del cuadro verde es c^2

El área del cuadro rojo es

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

El área de cada triángulo es

$(ab)/2$, entonces la suma de las cuatro áreas es $2ab$

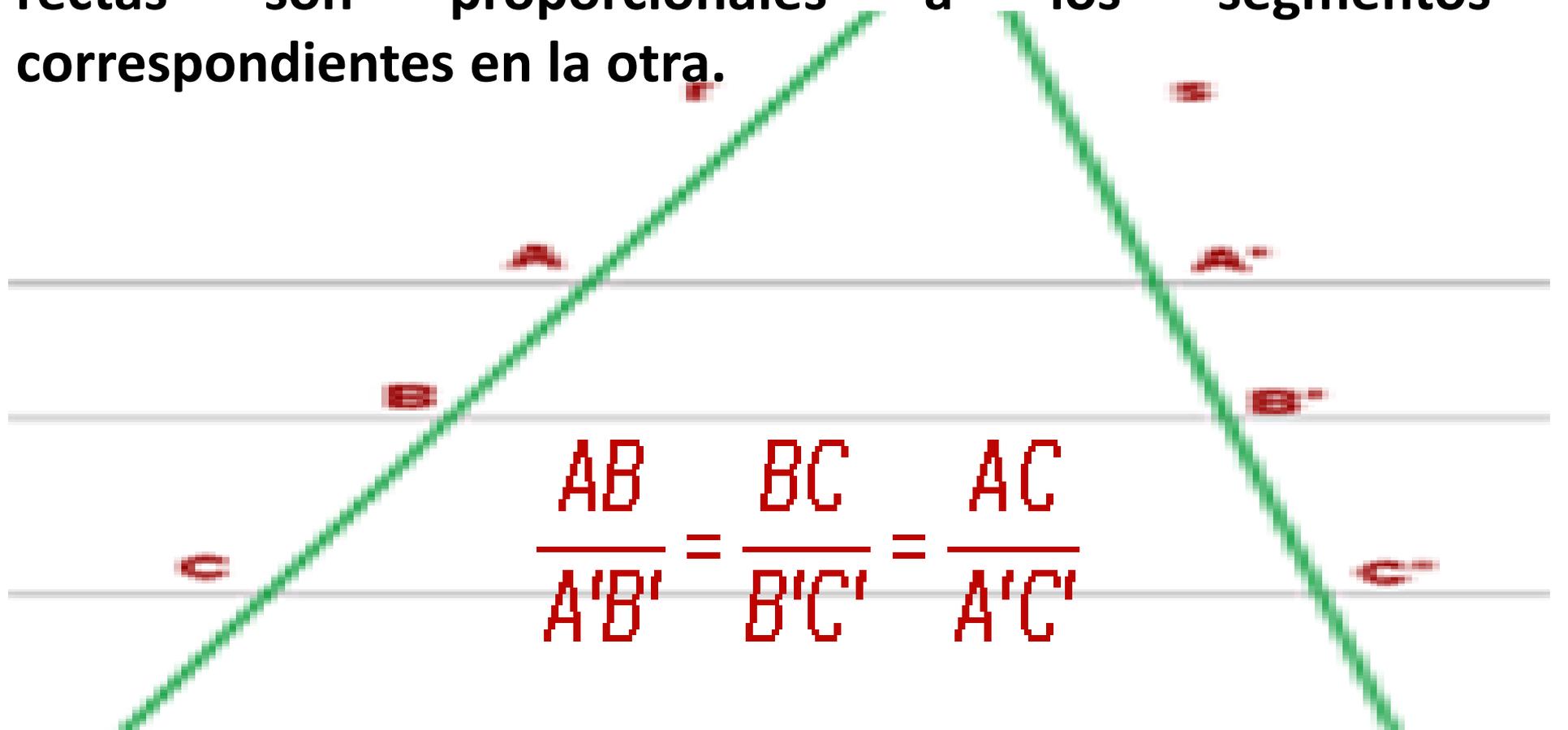
El área del cuadro verde más el área de los triángulos es igual al área del cuadro grande es decir,

$$c^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2$$

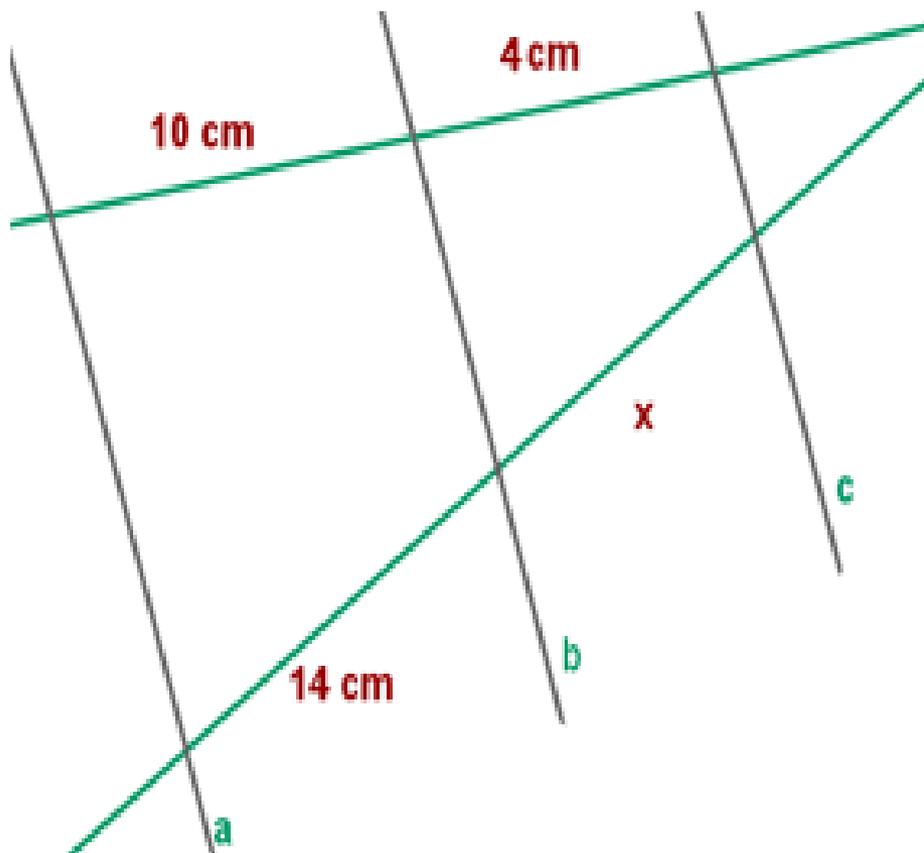
$$c^2 = a^2 + b^2$$

EJEMPLOS

1. Si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

2. Las rectas a, b y c son paralelas.
Hallar la longitud de x.

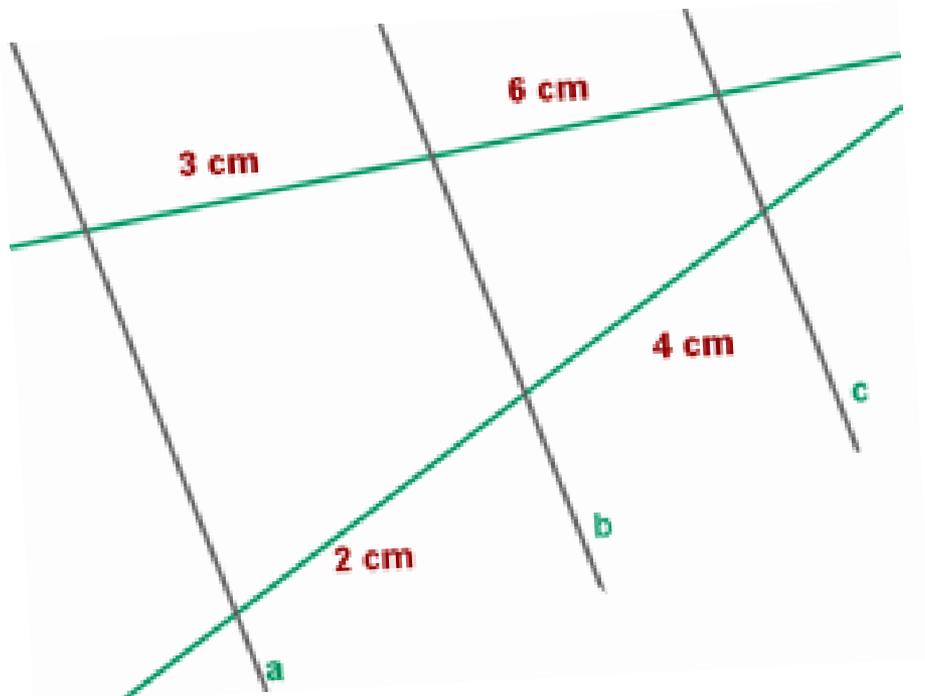


$$\frac{14}{10} = \frac{x}{4}$$

Despejamos **X**

$$x = \frac{14 \cdot 4}{10} = 5.6 \text{ cm}$$

3. Las rectas a, b son paralelas. ¿Podemos afirmar que c es paralela a las rectas a y b?



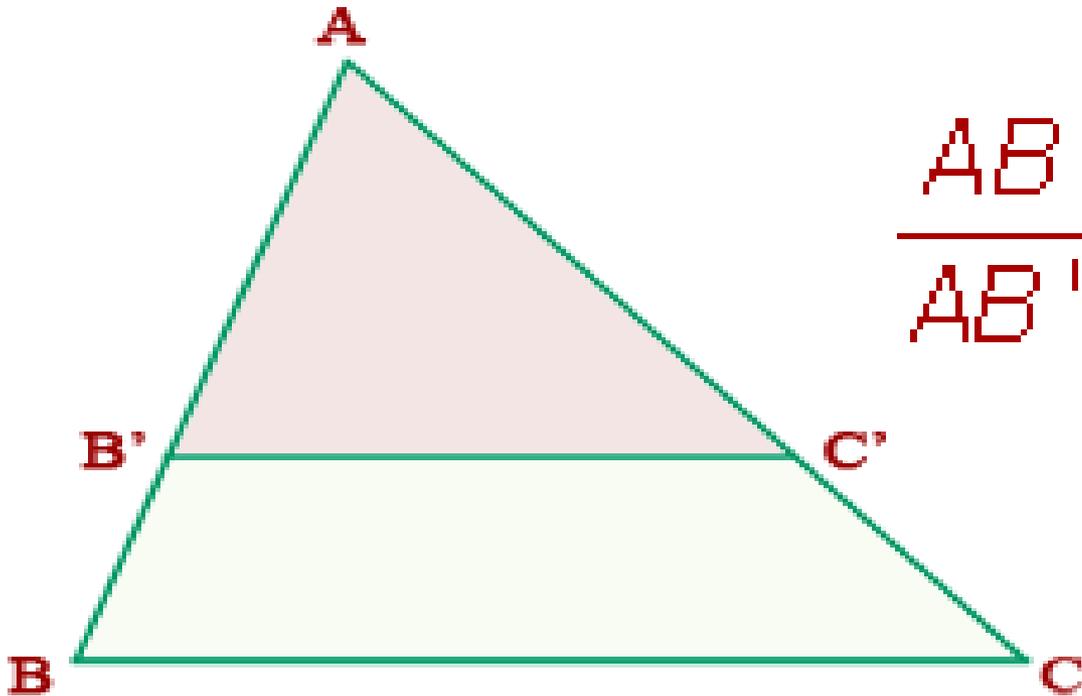
Sí, porque se cumple el **teorema de Thales**.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

$$12 = 12$$

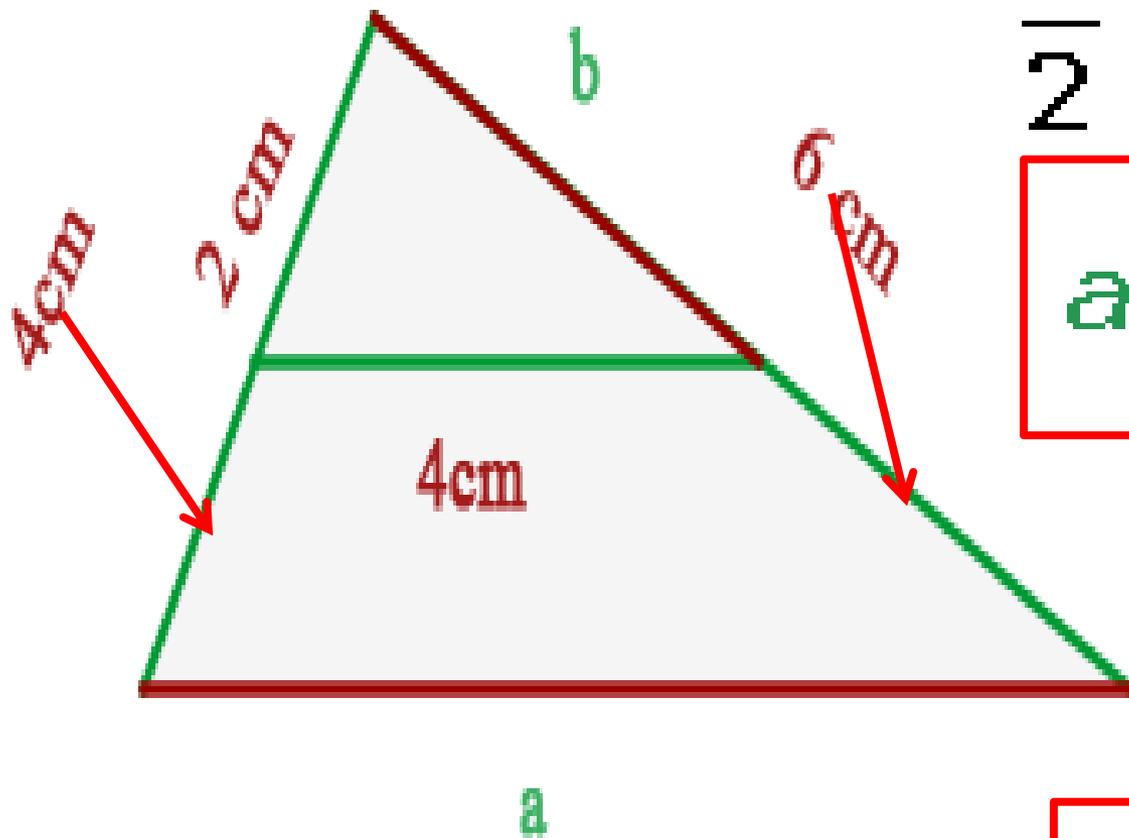
TEOREMA DE THALES PARA TRIÁNGULOS

Dado un **triángulo ABC**, si se traza un **segmento paralelo**, **B'C'**, a uno de los **lados** del triangulo, se obtiene otro **triángulo AB'C'**, cuyos **lados** son **proporcionales** a los del **triángulo ABC**.



$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

Ejemplo: Hallar las medidas de los segmentos a y b



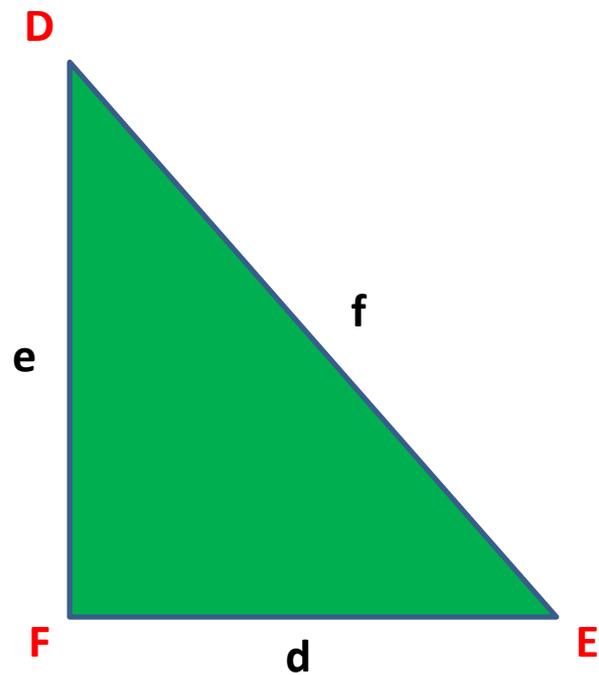
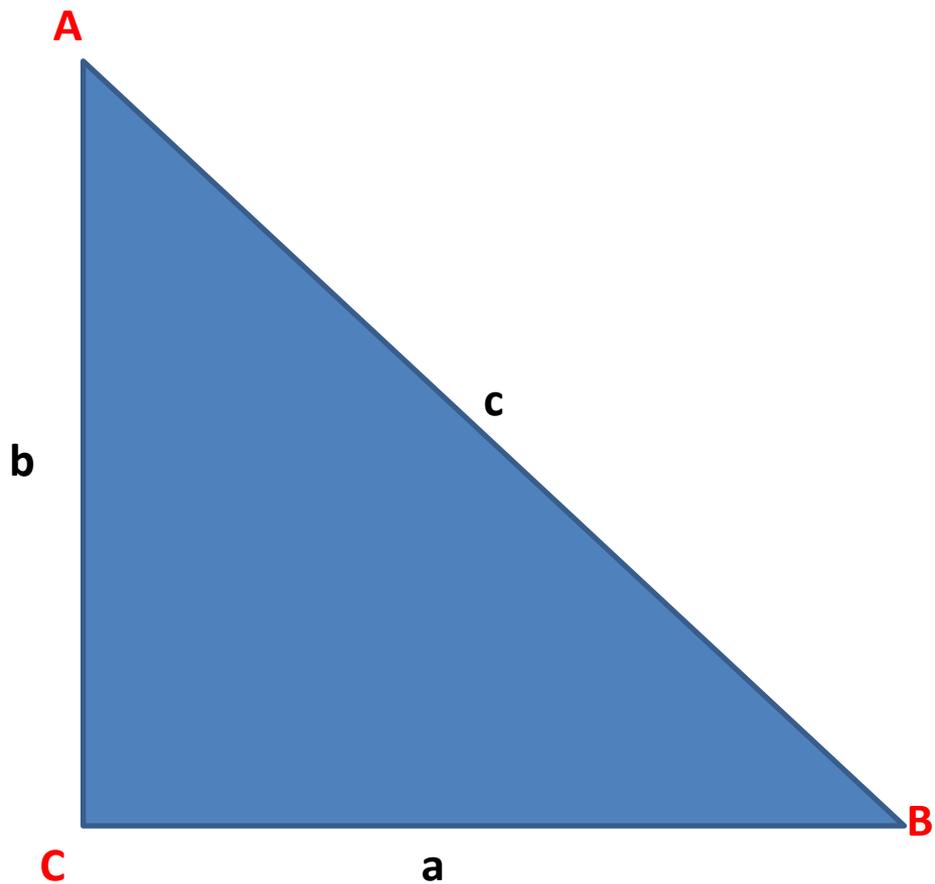
$$\frac{4}{2} = \frac{a}{4}$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

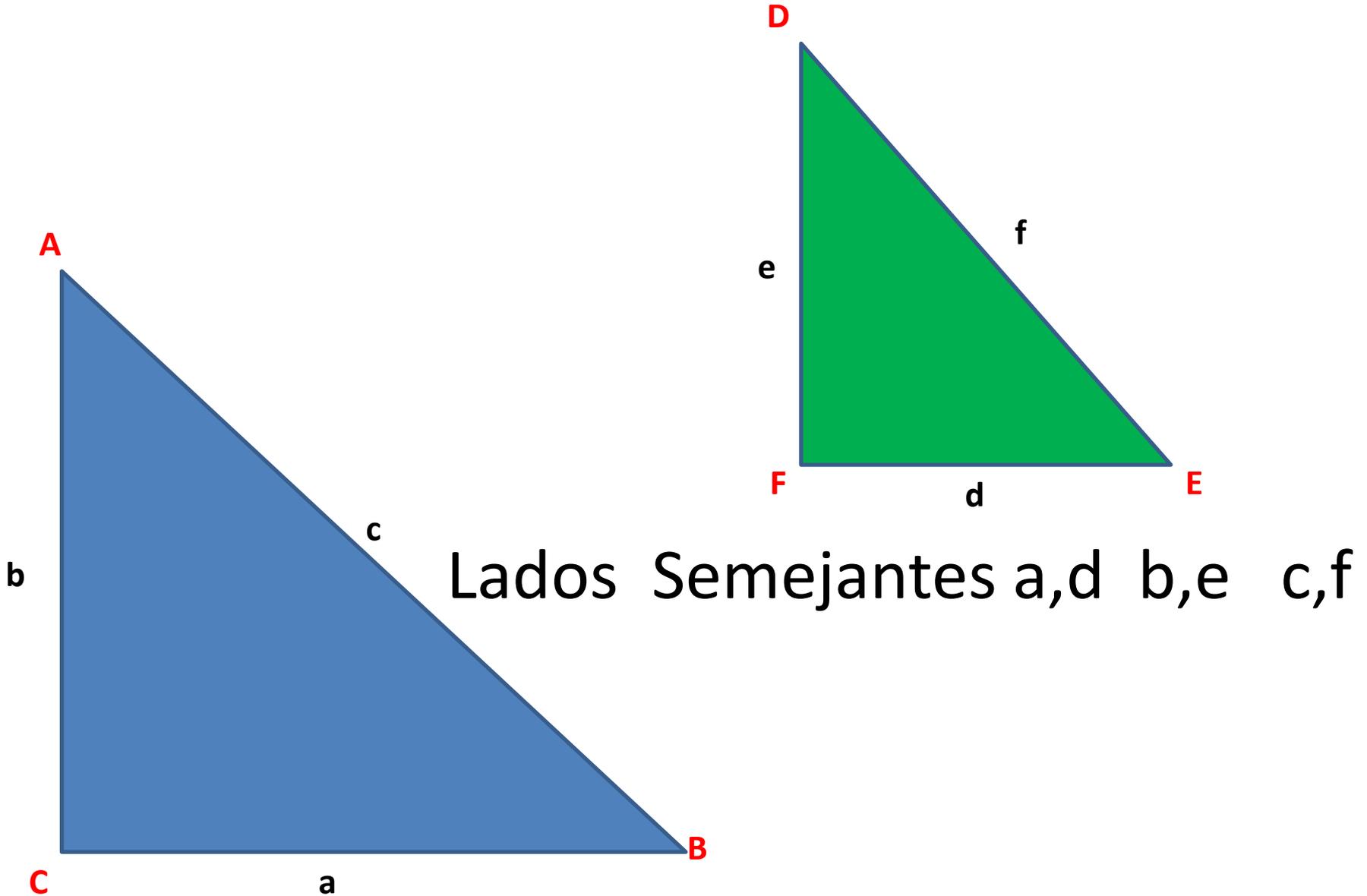
$$\frac{4}{2} = \frac{6}{b}$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

SEMEJANZA

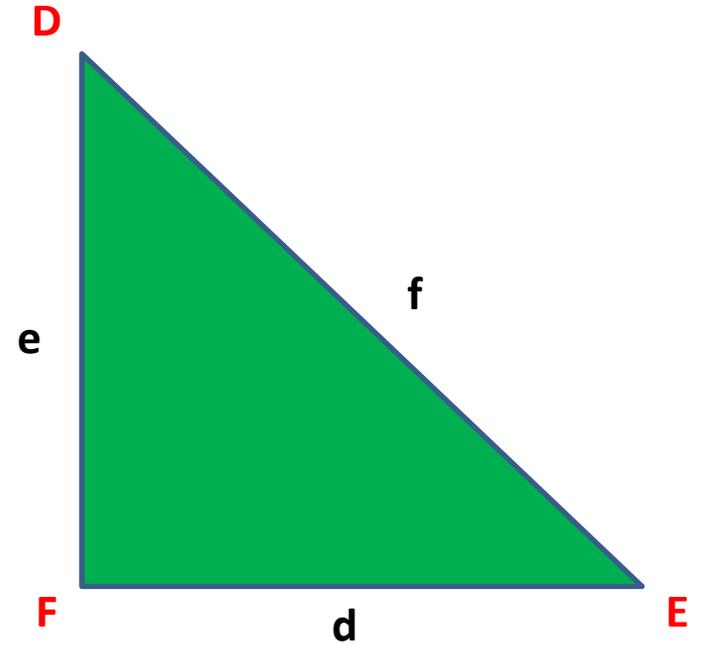
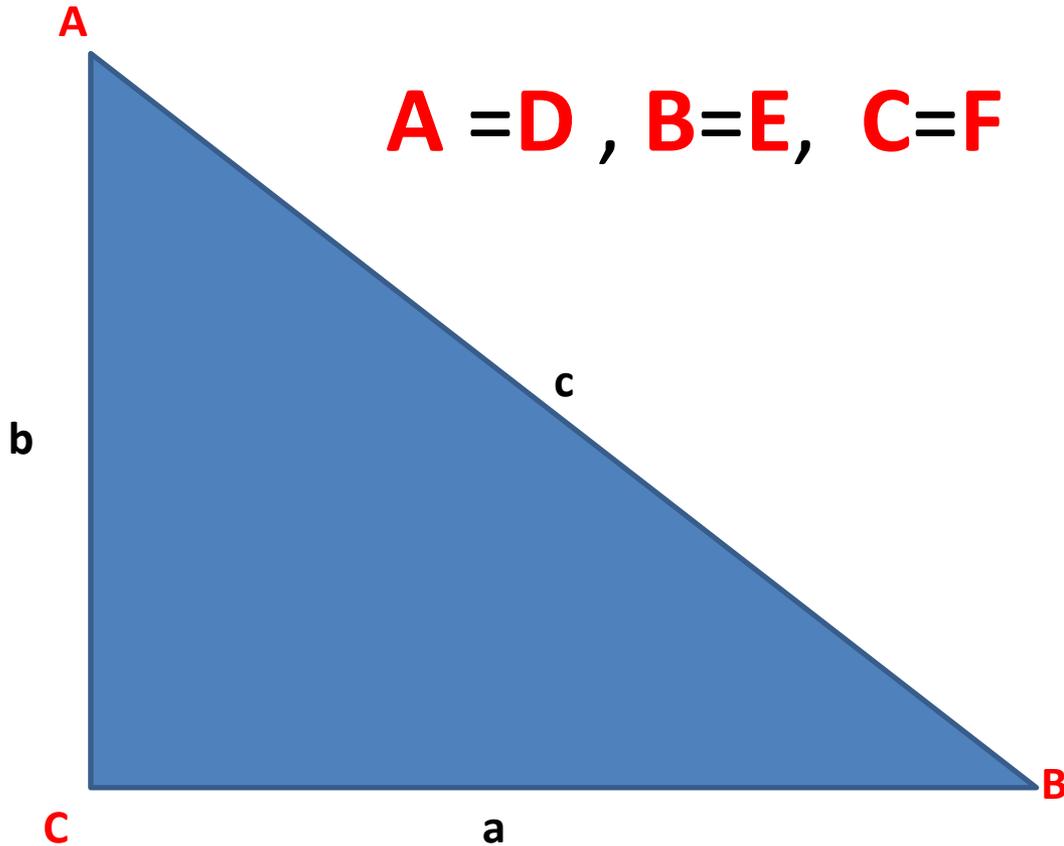


Ángulos Homólogos $A=D$, $B=E$, $C=F$



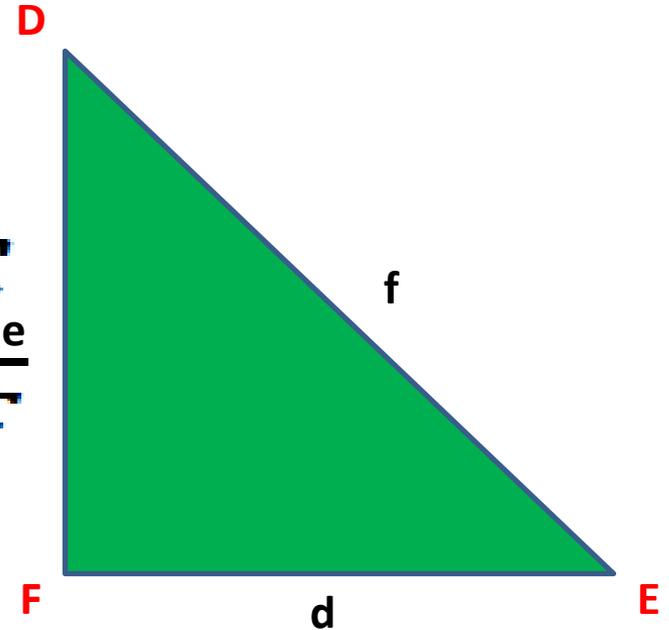
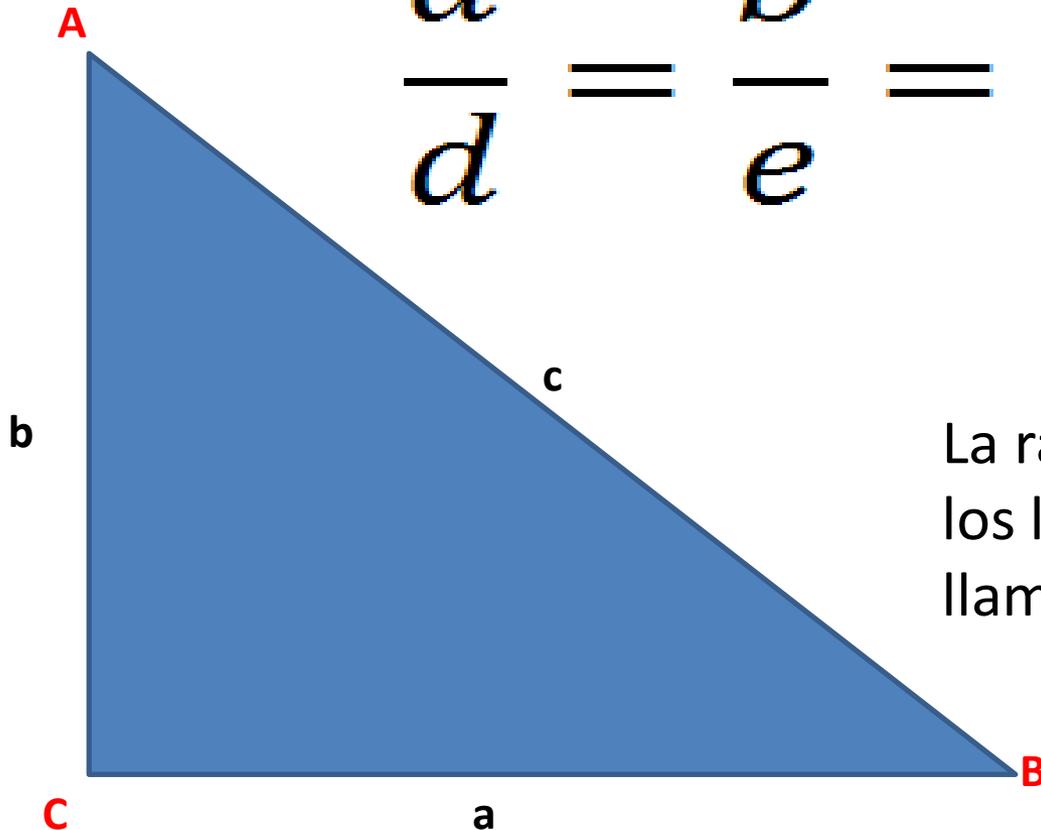
Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos homólogos iguales y sus lados homólogos proporcionales.

$$A = D, B = E, C = F$$



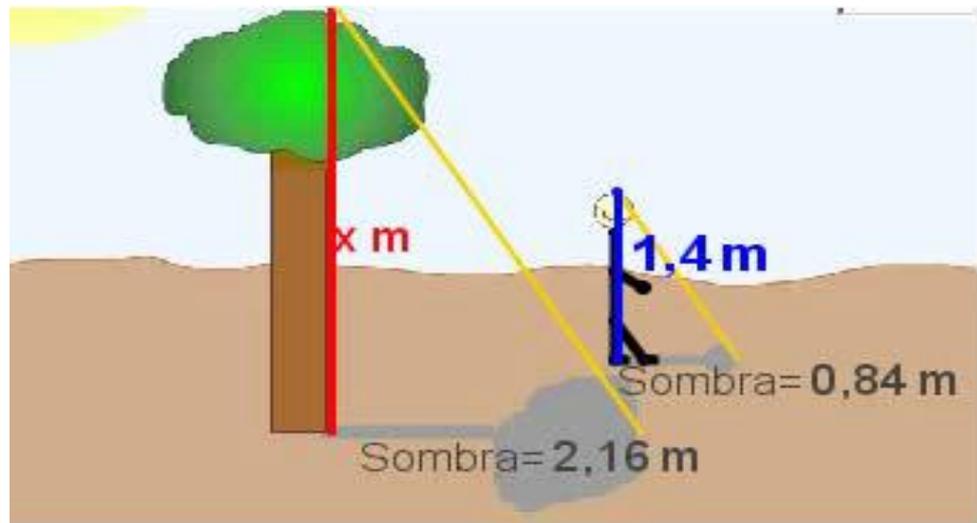
Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos homólogos iguales y sus lados homólogos proporcionales.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

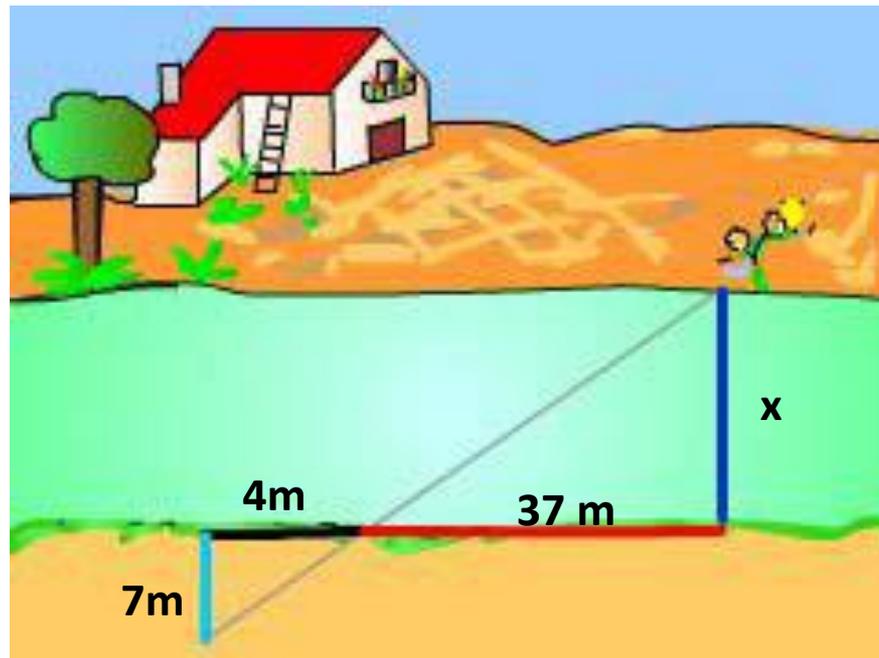


La razón de la proporción entre los lados de los triángulos se llama **razón de semejanza**.

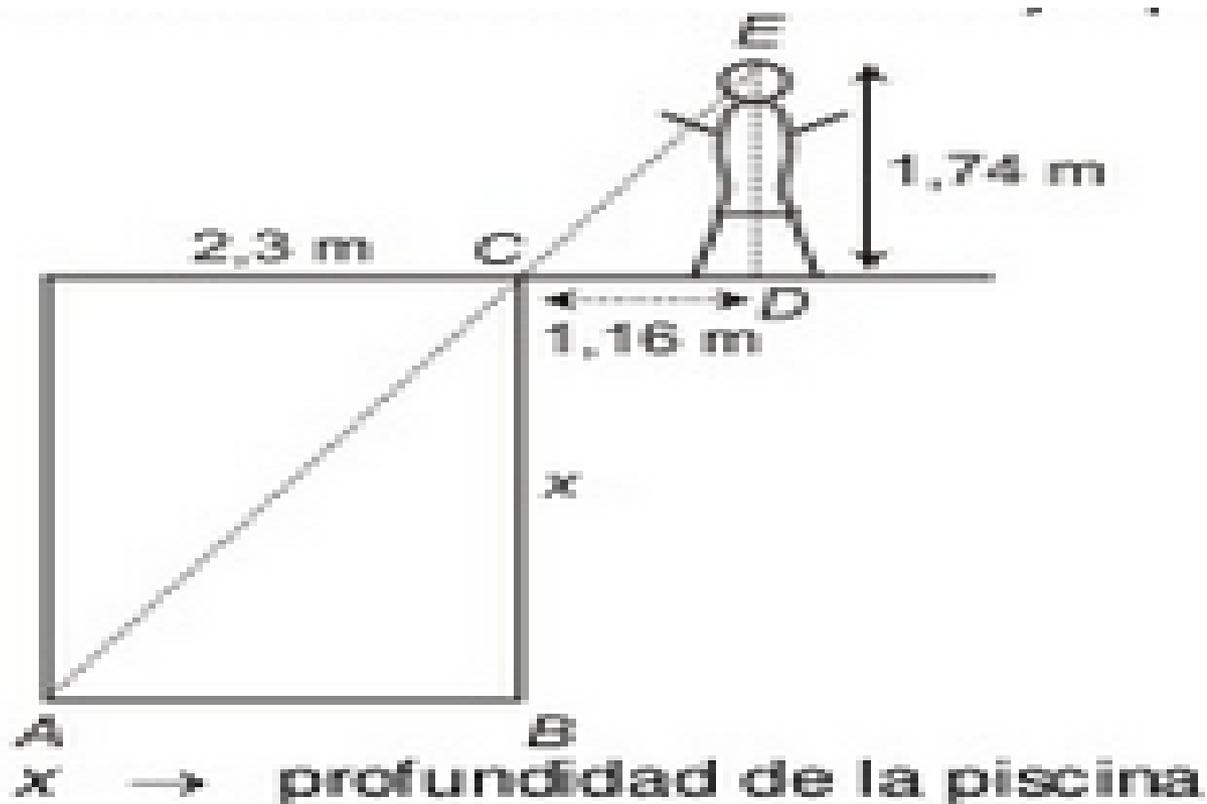
1. Halla la altura del árbol



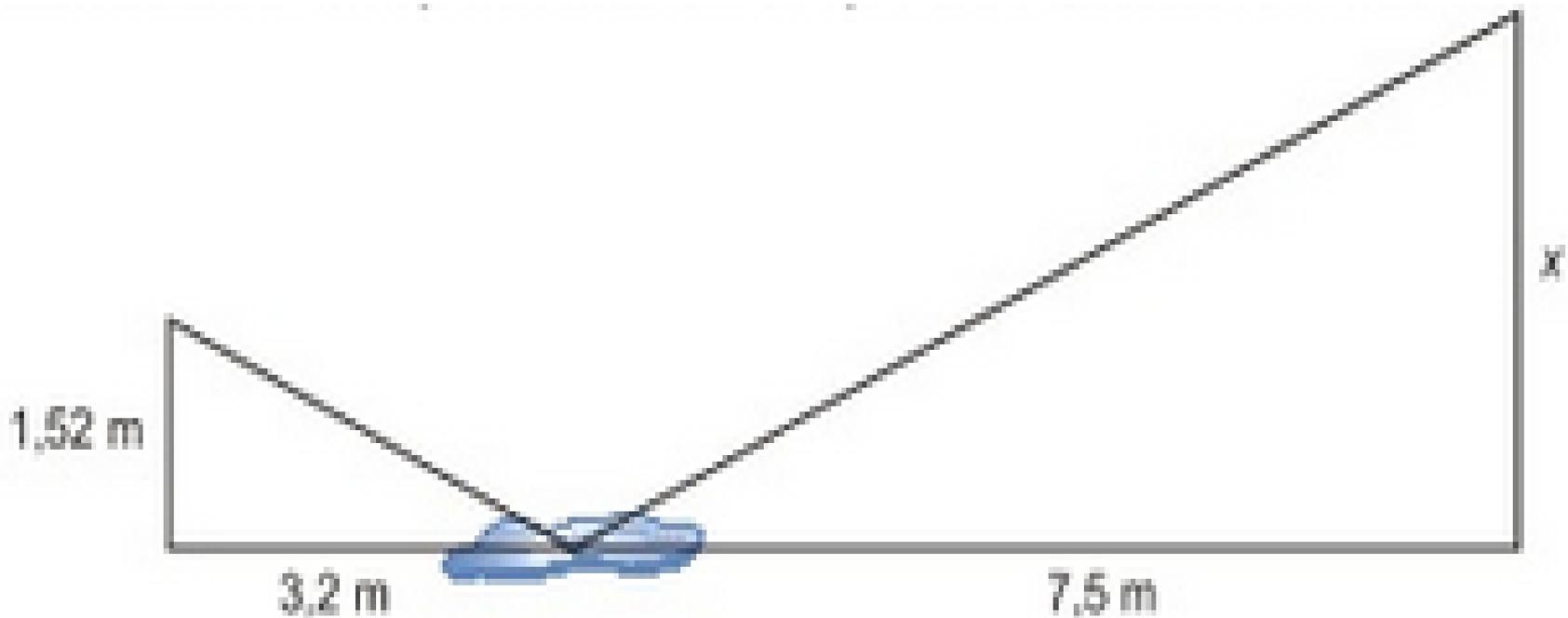
2. Calcula la anchura del río.



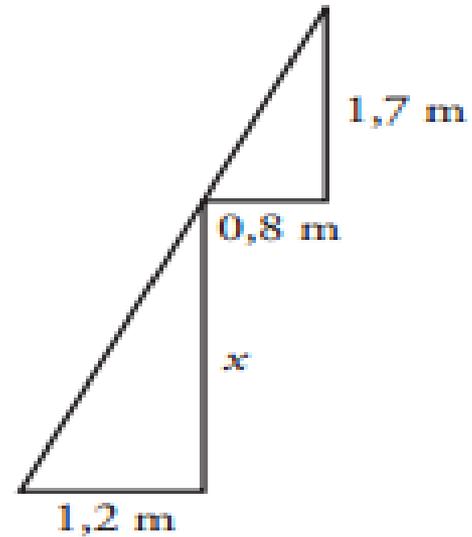
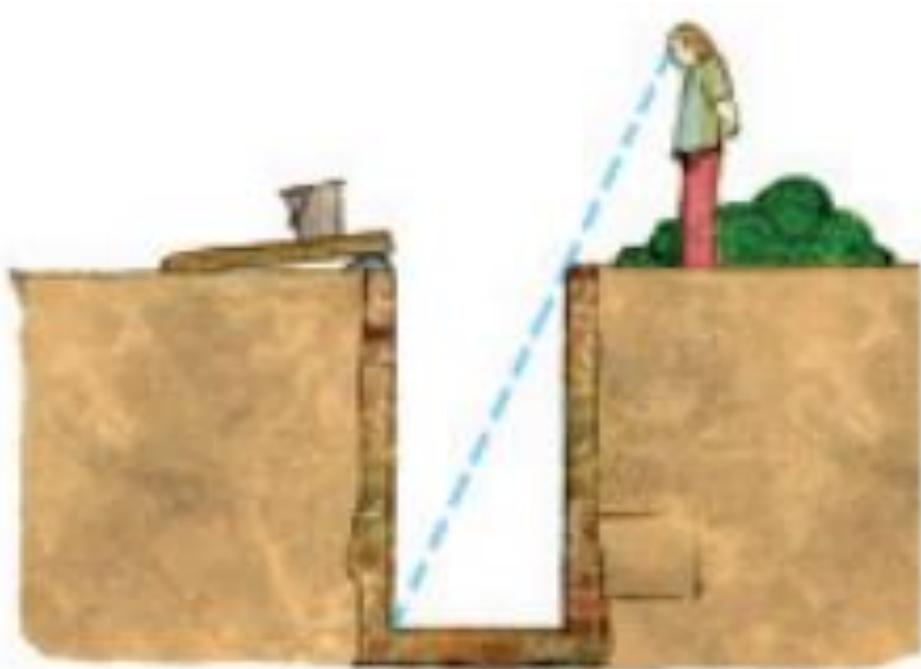
3. Un piscina tiene 2,3 m de ancho; situándonos a 1,16 m del borde, desde una altura de 1,74 m, observamos que la visual une el borde de la piscina con la línea del fondo. ¿qué profundidad tiene la piscina?



4. Entre Sergio, de 1.52 m de altura, y un árbol, hay un pequeño charco en el que se refleja su copa. Calcula la altura de dicho árbol sabiendo que las distancias que separan a Sergio del lugar de reflejo en el charco y del árbol son de 3,2 m y 10,7 m respectivamente



5. Cual es la profundidad de un pozo, si su anchura es 1,2 m y alejándose 0.8 m del borde, desde una altura de 1,7 m, ves que la visual une el borde del pozo con una línea del fondo?



6. Utilizando el teorema de Pitágoras y la semejanza de triángulos, calcular

