



IE DIVERSIFICADO DE CHIA

Señores estudiantes Grados Undécimo, a continuación encontrarán una serie de definiciones y ejercicios de Lógica y Conjuntos bajados de internet y del libro de Santillana, los cuales deben resolver en el cuaderno y entregarlo en la fecha establecida de acuerdo al horario de clase.

Cordialmente,

Rosario Monastoque R.

DEFINICIÓN DE CONJUNTO

Un *conjunto* es un grupo de elementos u objetos especificados en tal forma que se puede afirmar con certeza si cualquier objeto dado pertenece o no a la agrupación. Para denotar a los conjuntos, se usan letras mayúsculas.

Cuando un elemento x_1 pertenece a un conjunto A se expresa de forma simbólica como: $x_1 \in A$. En caso de que un elemento y_1 no pertenezca a este mismo conjunto se utiliza la notación: $y_1 \notin A$

Existen cuatro formas de enunciar a los conjuntos:

- 1) Por *extensión* o enumeración: los elementos son encerrados entre llaves y separados por comas. Es decir, el conjunto se describe listando todos sus elementos entre llaves.
- 2) Por *comprensión*: los elementos se determinan a través de una condición que se establece entre llaves. En este caso se emplea el símbolo $|$ que significa "tal que". En forma simbólica es:

$$A = \{ x \mid P(x) \} = \{ x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \}$$

que significa que el conjunto A es el conjunto de todos los elementos x tales que la condición $P(x)$ es verdadera, como x_1, x_2, x_3 , etc¹.

3) *Diagramas de Venn*: son regiones cerradas que sirven para visualizar el contenido de un conjunto o las relaciones entre conjuntos².

4) *Por descripción verbal*: Es un enunciado que describe la característica que es común para los elementos.

Ejemplo.

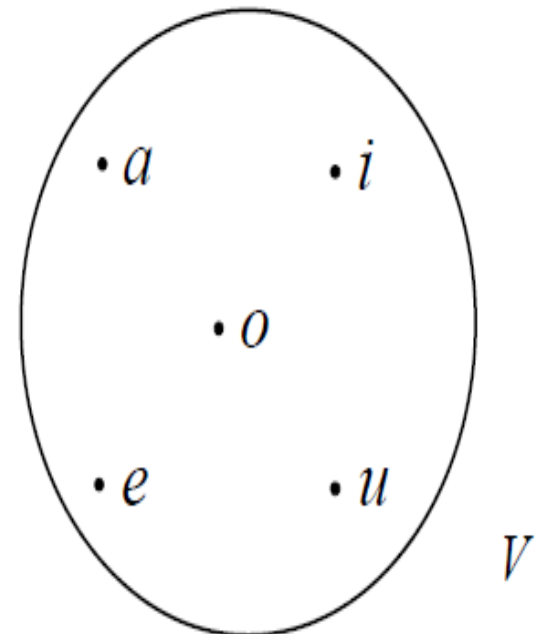
Dada la descripción verbal “el conjunto de las letras vocales”, expresarlo por extensión, comprensión y por diagrama de Venn.

Solución.

Por extensión: $V = \{a, e, i, o, u\}$

Por comprensión: $V = \{x \mid x \text{ es una vocal}\}$

Por diagrama de Venn:

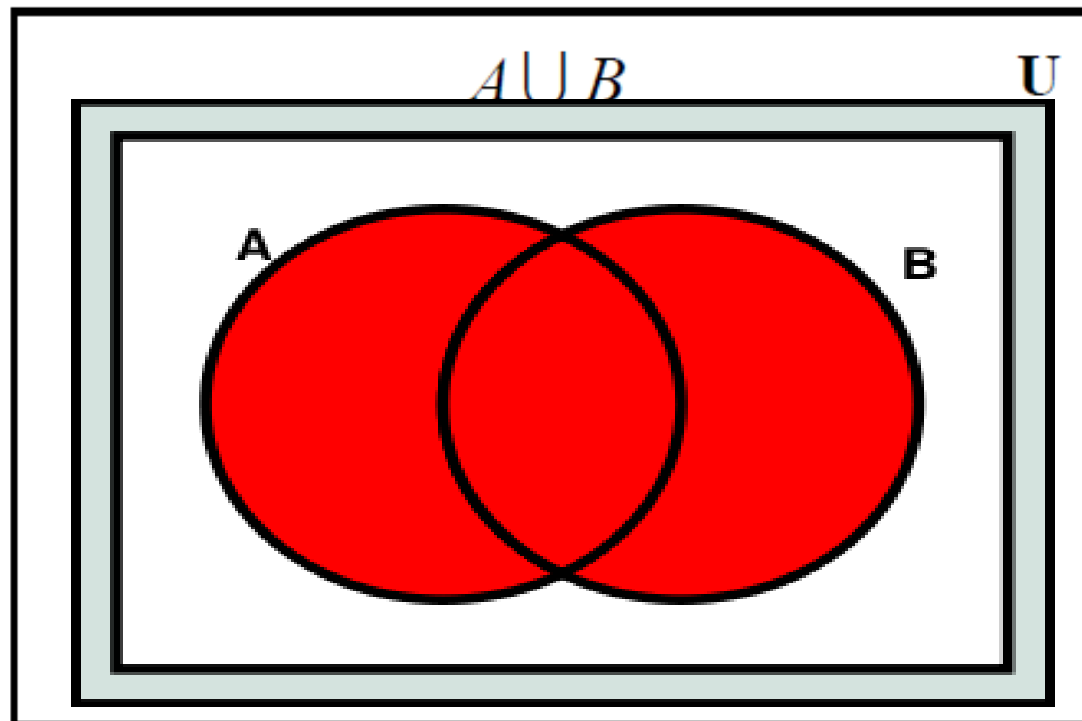


OPERACIONES CON CONJUNTOS

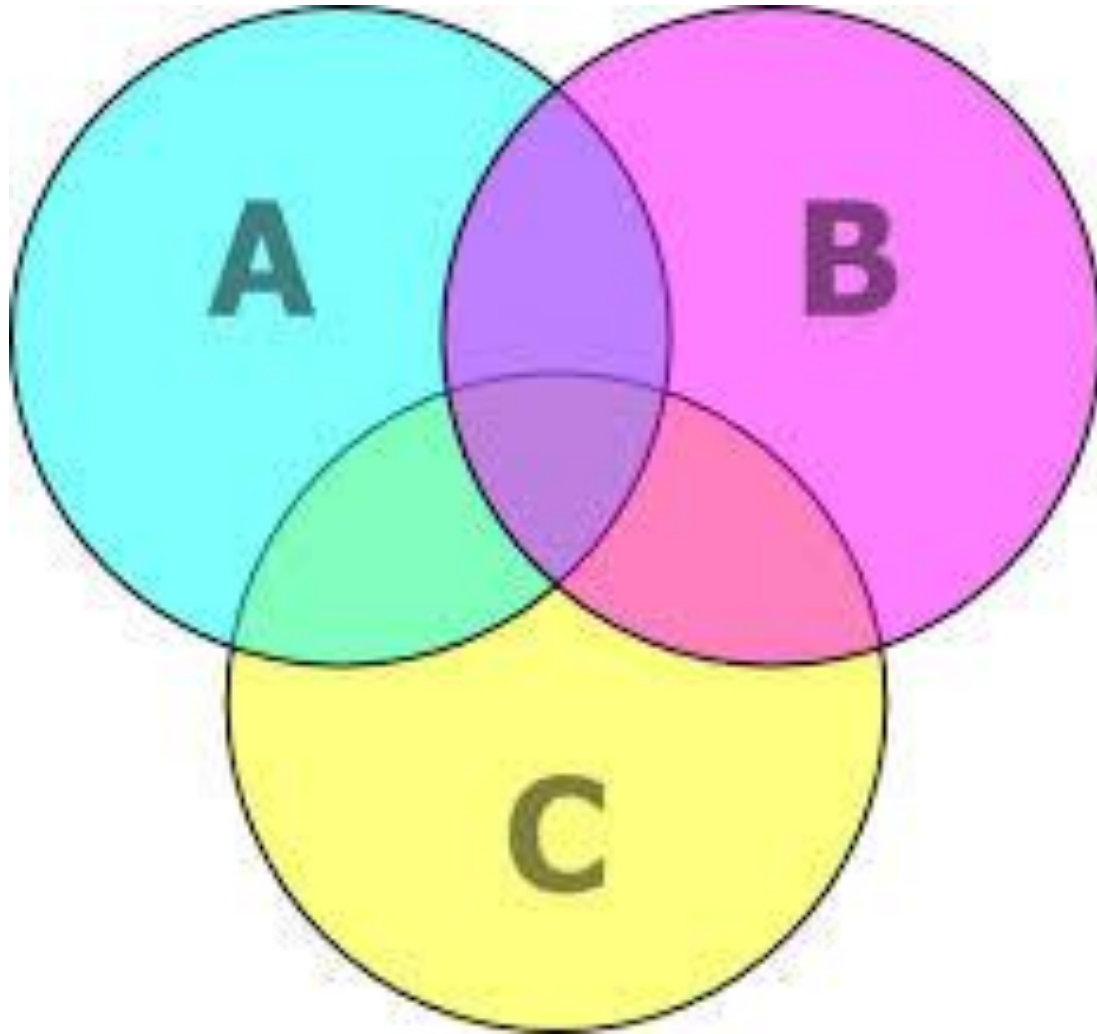
- La *unión* de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos de A con todos los elementos de B sin repetir ninguno y se denota como $A \cup B$. Esto es:

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ o } x \in B \}$$

Gráficamente:



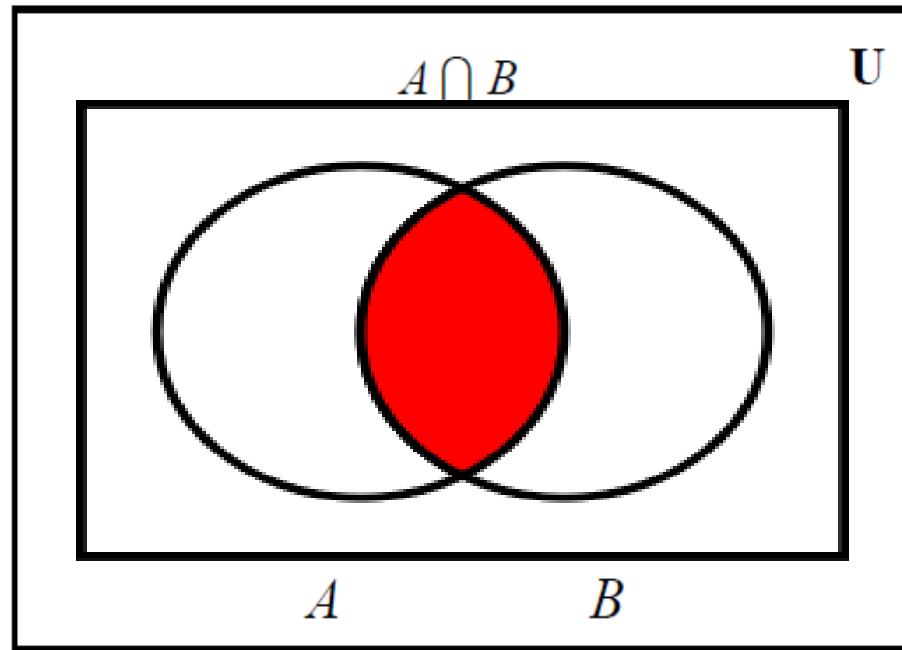
$A \cup B \cup C$



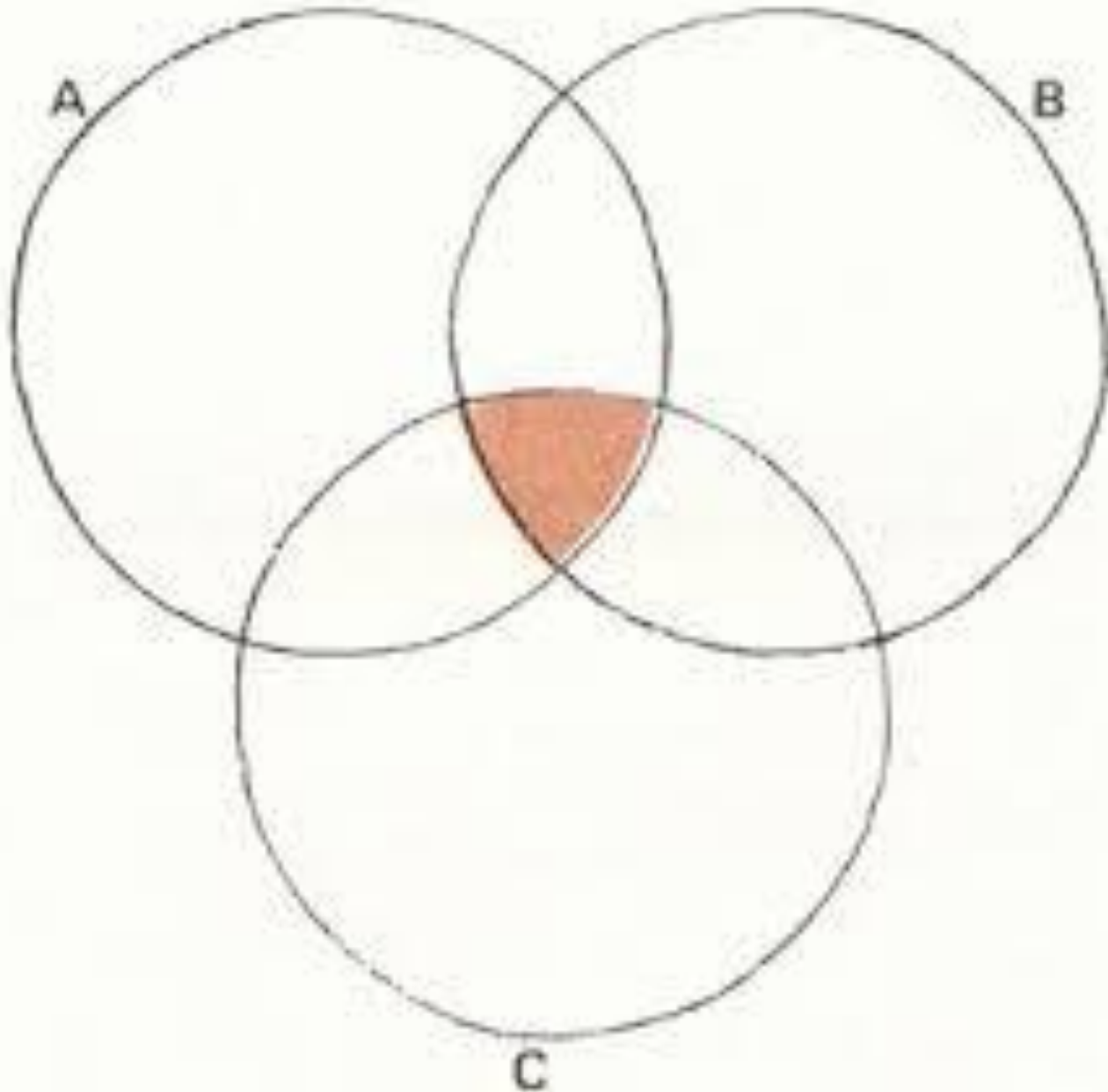
- La *intersección* de los conjuntos A y B es el conjunto de los elementos de A que también pertenecen a B y se denota como $A \cap B$. Esto es:

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ y } x \in B \}$$

Gráficamente:



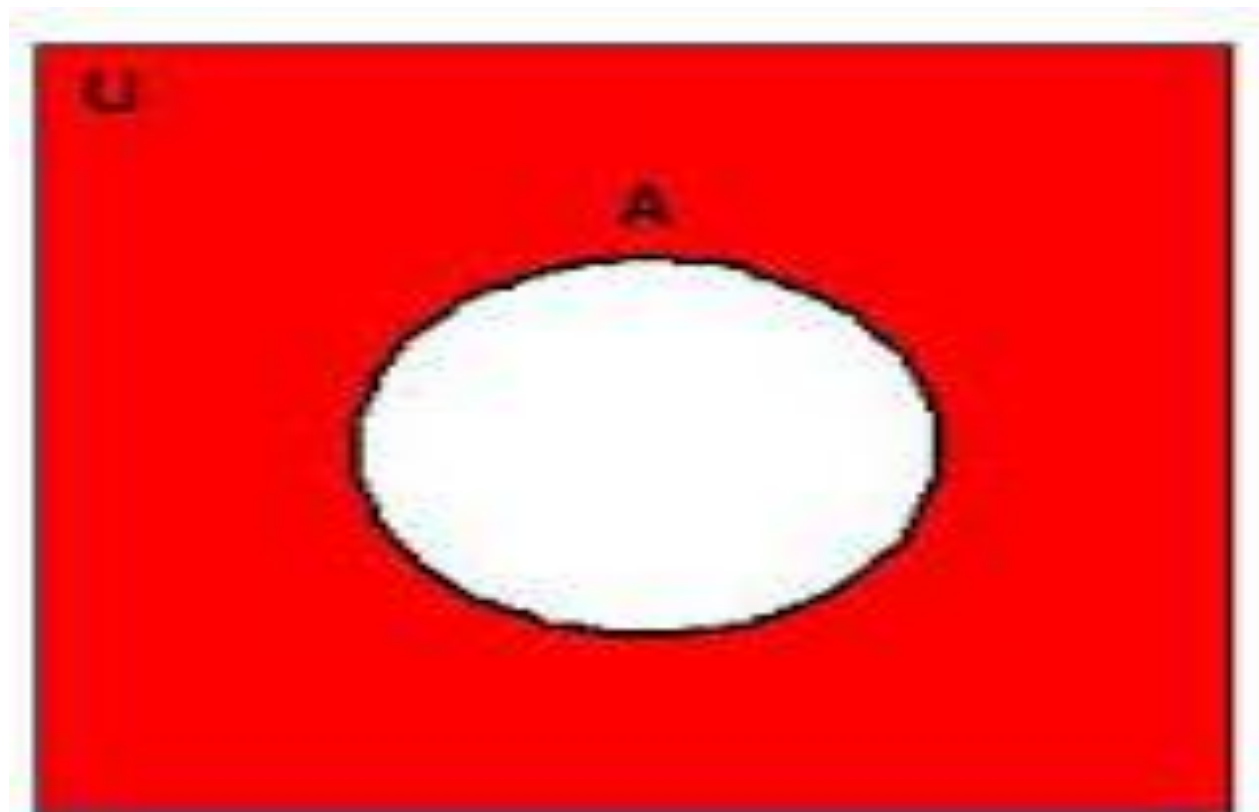
$$A \cap B \cap C$$



- El *complemento* del conjunto A con respecto al conjunto universal U es el conjunto de todos los elementos de U que no están en A y se denota como A' . Esto es:

$$A' = \{ x \in U \mid x \notin A \}$$

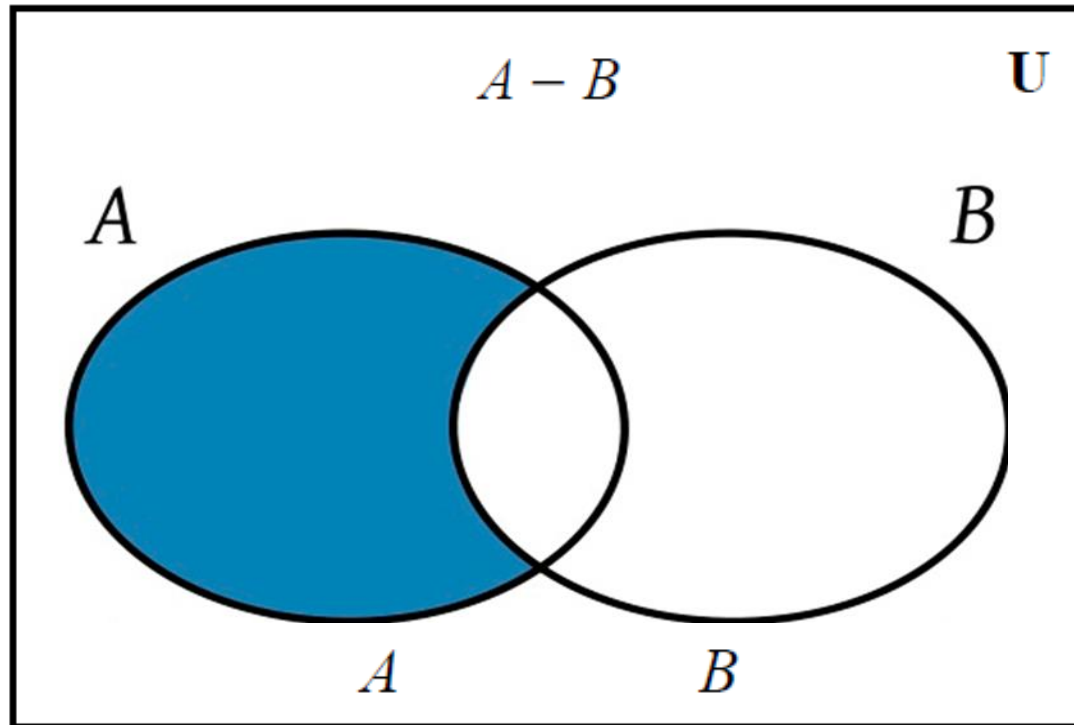
Gráficamente:



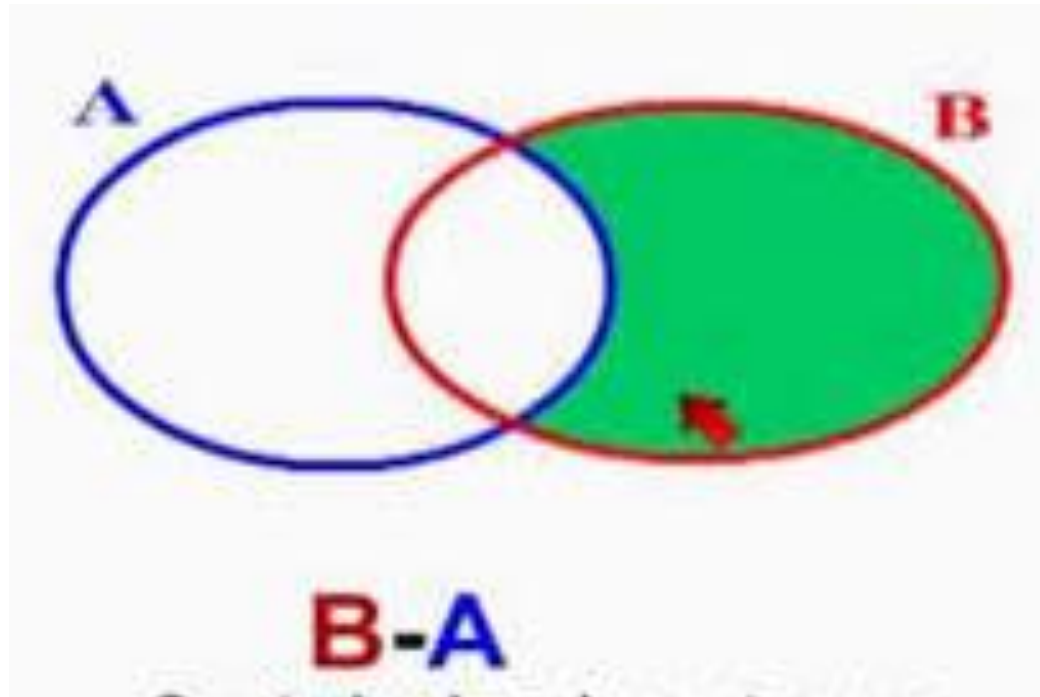
- La *diferencia* de los conjuntos A y B (en ese orden) es el conjunto de los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B y se denota como $A - B$. Esto es:

$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ y } x \notin B \}$$

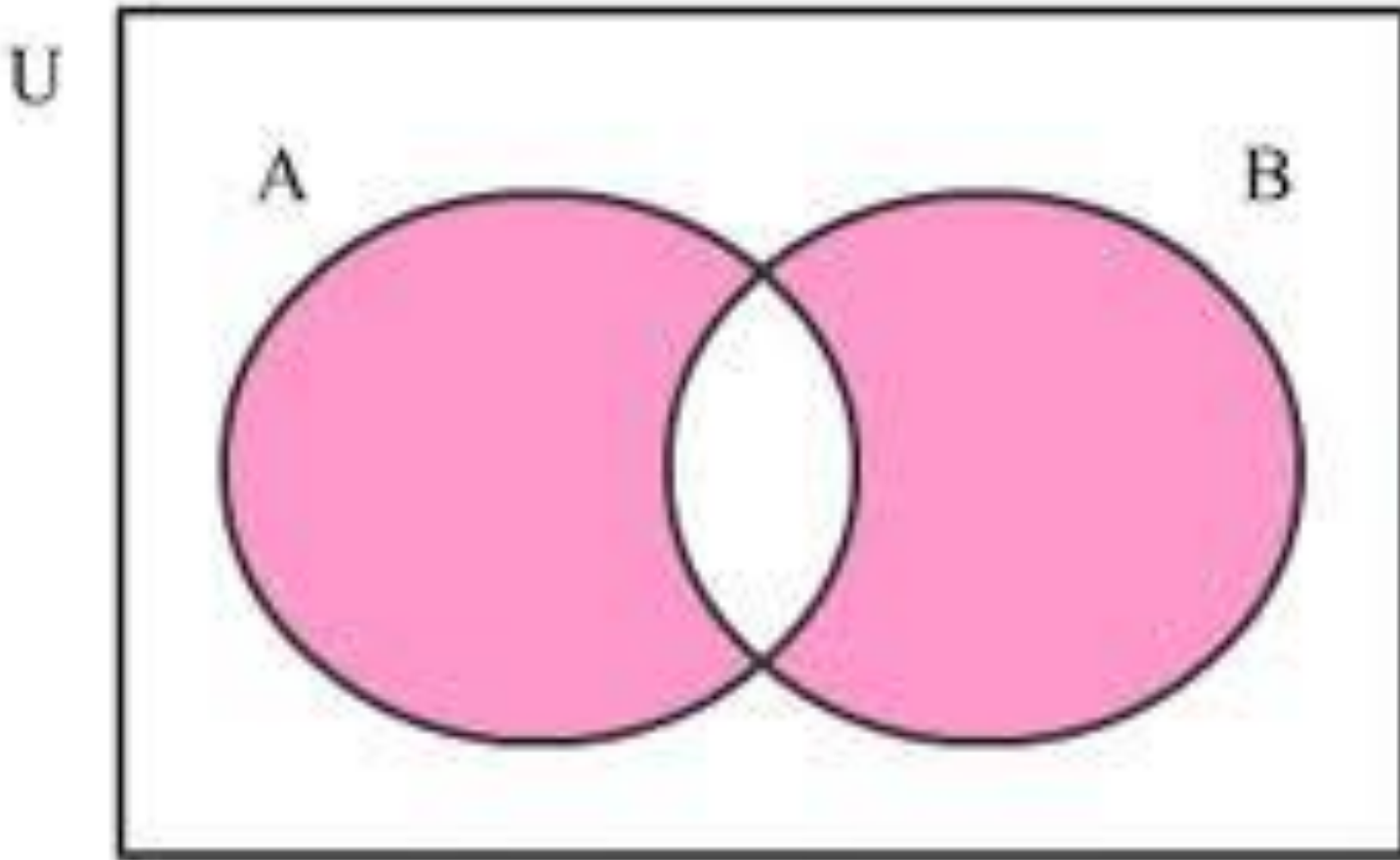
Gráficamente



$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ and } x \notin A\}$$



Diferencia simétrica: $A\Delta B = (A - B)\cup(B - A)$



Propiedades:

- 1) $A \subseteq A \cup B, \quad B \subseteq A \cup B$
 $A \cap B \subseteq A, \quad A \cap B \subseteq B$
- 2) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (propiedad asociativa de la unión)
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (propiedad asociativa de la intersección)
- 3) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (propiedad distributiva)
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (propiedad distributiva)
- 4) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ (leyes de Morgan)
 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- 5) $A \cup B = B \cup A$ (conmutativa de la unión)
 $A \cap B = B \cap A$ (conmutativa de la intersección)
- 6) $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Sean los conjuntos:

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n\}$$

$$A = \{a, d, e, g, h, k, l, n\}$$

$$B = \{a, c, f, g, k, l, m\}$$

Obtener:

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) A'

d) B'

e) $A - B$

f) $B - A$

g) $A' \cup B$

h) $A \cap B'$

i) $A' \cap B'$

j) $A' - B'$

k) $(A \cup B)'$

l) $(A \cap B)'$

EJERCICIO

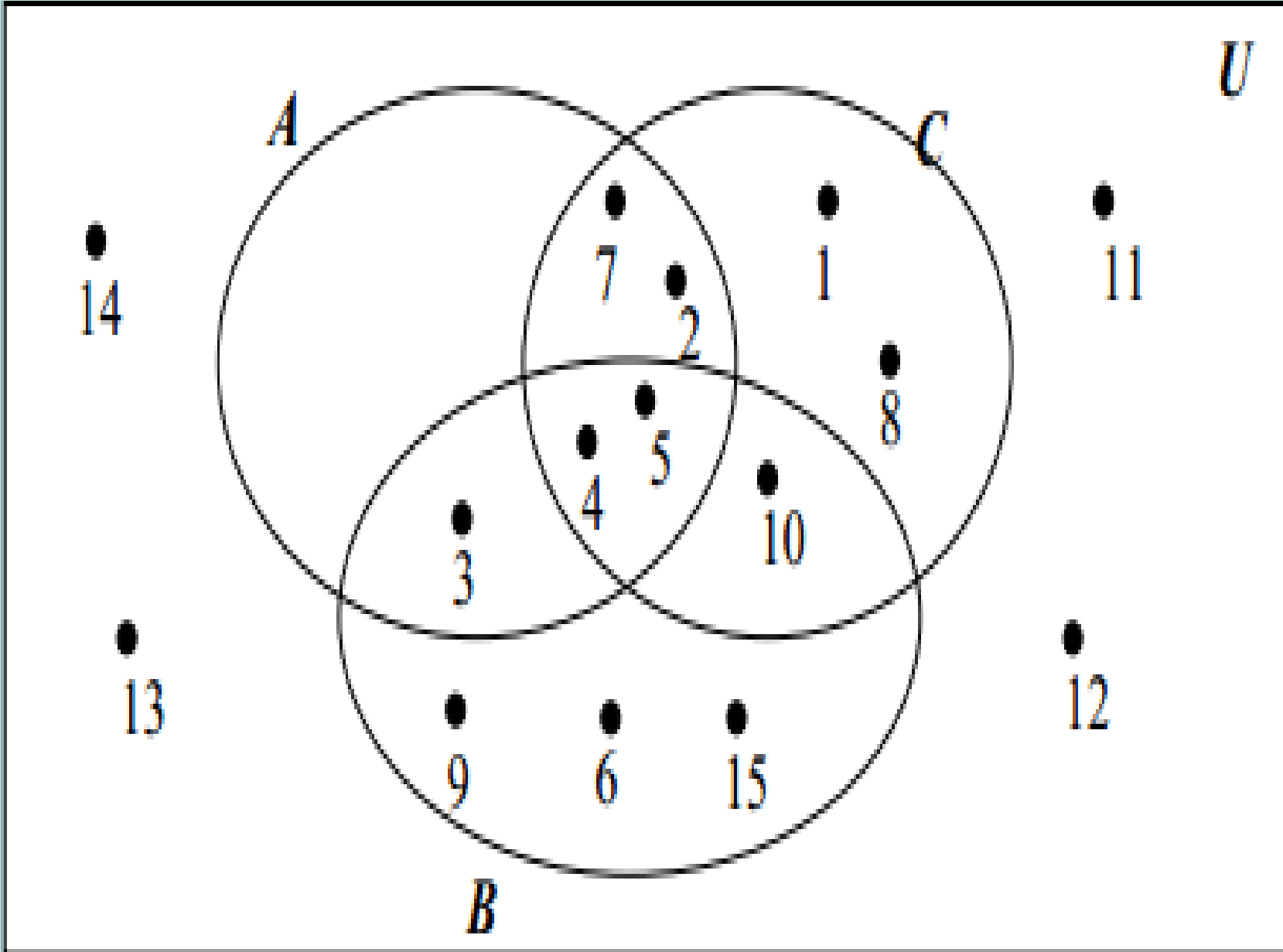
De acuerdo al siguiente diagrama establecer los elementos de los conjuntos:

$$U = [\quad]$$

$$A = [\quad]$$

$$B = [\quad]$$

$$C = [\quad]$$



Escribir por extensión:

$$A \cap B =$$

$$U^C =$$

$$A \cup C =$$

$$A \cap (B \cup C)^C =$$

$$B^C =$$

$$B - C =$$

$$A \cap B \cap C =$$

$$A - B =$$

Si A y B son subconjuntos de un cierto conjunto Universal U , entonces $A - B = A \cap B'$ En este caso, las llamadas operaciones booleanas (unión e intersección) verifican las siguientes propiedades:

**EJERCICIOS DE
APLICACIÓN SE
ENVIAN AL BLOG,
PARA ENTREGAR EN
LA FECHA QUE SE
INDIQUE**

EJEMPLO

Un alumno de grado undécimo, efectúa una encuesta sobre un grupo de 100 estudiantes, acerca de los hábitos de estudio en una Biblioteca y aporta los siguientes datos:

Estudian trigonometría:	40
Estudian álgebra:	55
Estudian geometría:	55
Estudian trigonometría y álgebra:	15
Estudian trigonometría y geometría:	20
Estudian álgebra y geometría:	30
Estudian las tres materias:	10
No van a la biblioteca:	5

¿Puede asegurarse que la encuesta realizada es correcta?

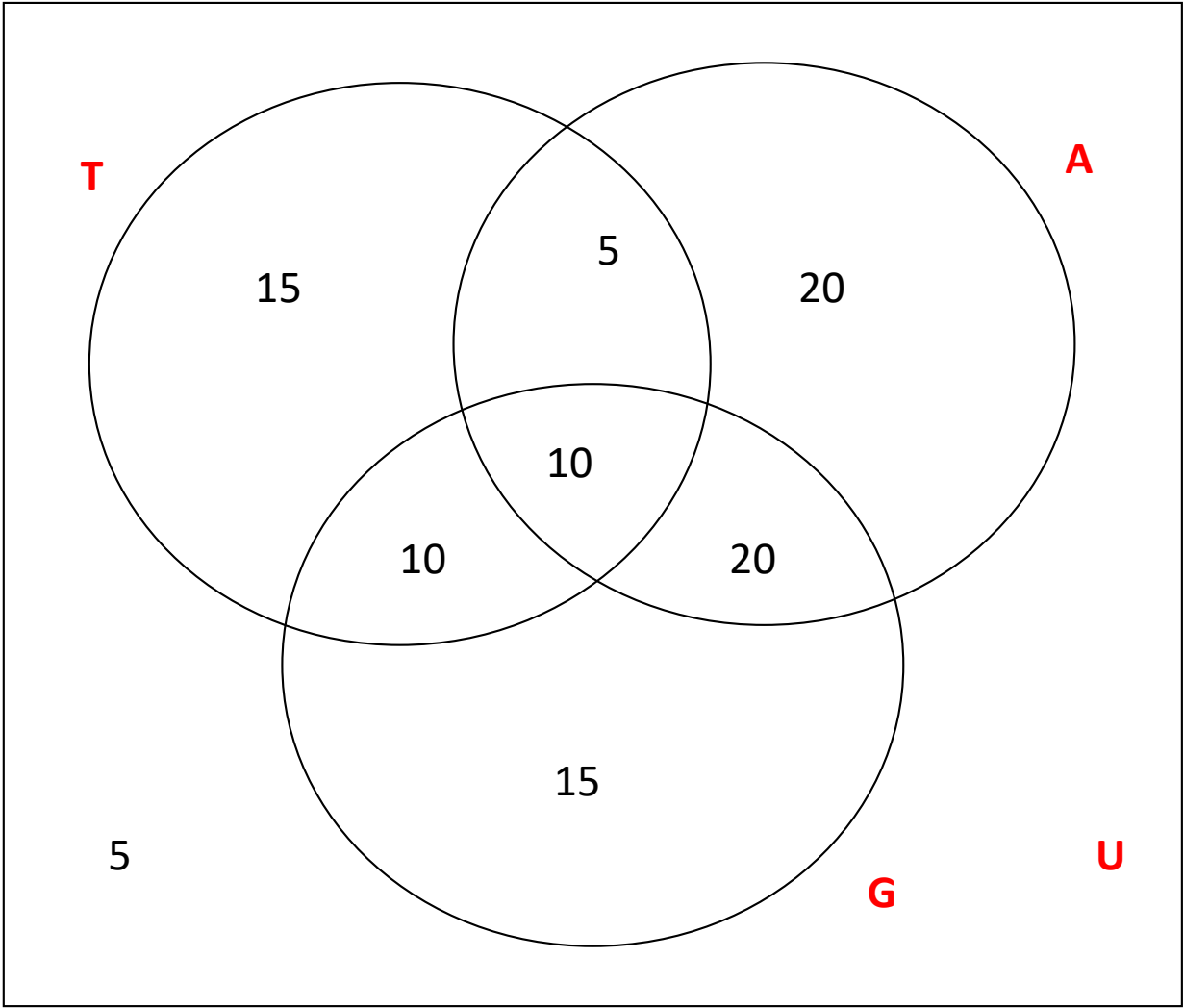
PROCESO

Sean

$$T = \{x/x \text{ estudia trigonometría}\}$$
$$A = \{x/x \text{ estudia álgebra}\}$$
$$G = \{x/x \text{ estudia geometría}\}$$

Observación: Para desarrollar esta clase de ejercicios se recomienda:

- A) “Dibujar” el diagrama de Venn y ubicar los datos dados.
- B) Se debe iniciar por aquel que puede señalarse con certeza.
- C) Una vez que el diagrama se completa, se puede leer el número de estudiantes que estudia cualquier combinación de materias.



1

Al final del semestre se hizo una encuesta sobre las materias que más perdió la gente: Contabilidad, Administración y Química. Siendo la clase de 60 alumnos, se tiene:

$$\begin{array}{lll} n(C \cap A \cap Q) = 2 & n(A \cap Q) = 8 & n(C \cap Q) = 10 \\ n(C \cap A) = 7 & n(C) = 25 & n(A) = 15 \quad n(Q) = 35 \end{array}$$

Expresar simbólicamente y hallar el número de personas de:

¿Cuántos fracasaron exactamente en una prueba?

¿Cuántos aprobaron las 3 pruebas?

¿Cuántos fracasaron en la 1^{era} y en la 3^{era}, pero no en la segunda?

¿Cuántos fracasaron al menos en dos pruebas?

¿Cuántos aprobaron al menos una materia?

¿Cuántos aprobaron la 2^{da} ó la 3^{era} pero no la 1^{era}?

2 Se da la siguiente información referente al número de elementos de los conjuntos A, B y C de cierto conjunto de 150 elementos:

$$\begin{aligned} n(A) = 85, \quad n(B) = 70, \quad n(C) = 55, \quad n(A \cap B) = 35, \\ n(A \cap C) = 30, \quad n(B \cap C) = 25, \quad \text{y} \quad n(A \cap B \cap C) \\ = 20 \end{aligned}$$

Hallar:

- a) $n(A \cup B)$
- b) $n(A \cup B \cup C)$
- c) $n(A \cap B \cap C')$
- d) $n(A \cap B' \cap C')$
- e) $n(A' \cap B' \cap C')$

3 En una investigación realizada sobre los hábitos de lectura de los estudiantes de la Universidad se encuentra que 48% leen la revista A, 50% la revista B, 30% la revista C, 20% la revista A y B, 10% las revistas B y C, 13% las revistas A y C, 10% no leen ninguna de las revistas.

Hallar el porcentaje y expresarlo simbólicamente:

- a) ¿Qué porcentaje leen las tres revistas?
- b) ¿Qué porcentaje leen exactamente dos revistas?
- c) ¿Qué porcentaje leen al menos dos revistas?
- d) ¿Qué porcentaje leen la revista A o la C, pero no la B?
- e) ¿Qué porcentaje leen exactamente una revista?
- f) ¿Qué porcentaje no leen la revista B y la C, pero si la A?

4

En una encuesta hecha a 100 personas sobre sus conocimientos de idiomas resultó lo siguiente:

Hablan inglés 27; francés 25; italiano 12; inglés y francés 10; francés y alemán 9; inglés, francés y alemán 6; alemán e italiano 5; 19 hablan inglés pero no alemán; el número de los que hablan alemán es el triple de los que hablan únicamente francés; ninguno de los que hablan italiano hablan ni francés ni inglés.

Hallar el número de personas y expresarlo simbólicamente:

- a) ¿Cuántos no hablan ninguno de los 4 idiomas?
- b) ¿Cuántos hablan únicamente alemán?
- c) ¿Cuántos saben al menos 2 idiomas?
- d) ¿Cuántos saben italiano o francés pero no inglés?
- e) ¿Cuántos no saben alemán y no saben inglés, pero saben francés?

5

Un Estudiante de la facultad efectúa una encuesta sobre un grupo de 100 estudiantes acerca de los hábitos de estudio en la biblioteca de ingenierías y aporta los siguientes datos: Estudian Física 40, álgebra 55, geometría 55, física y álgebra 15, física y geometría 20, álgebra y geometría 30, estudian las tres asignaturas 10, no asisten a la biblioteca 5.

Puede asegurarse que la encuesta realizada es correcta?

6 Una población consume tres tipo de jabón : A, B y C. Hecha una investigación de mercado , conociéndose los resultados la tabla siguiente,.

Marca	A	B	C	A y B	B y C	C y A	A, B y C	Ninguna de la tres
Nº de consumidores	109	203	162	25	41	28	5	115

Responda:

El número de personas consultadas

El número de personas que sólo consumen la marca A

El número de personas que no consumen las marcas A o C.

El número de personas que consumen al menos dos marcas.

7

Si A es el conjunto de los pacientes con «Sika" y B es el conjunto de pacientes con «Dengue" . Exprese las siguientes expresiones verbales como operaciones de los conjunto A y B.

El paciente tiene sólo una de las dos enfermedades.

El paciente tiene al menos una de las dos enfermedades.

El paciente no tiene las enfermedades descritas.

El paciente tiene sólo Sika.

$$[(\sim p \wedge q) \vee (p \vee r)] \rightarrow [(p \vee \sim q) \vee (p \vee \sim r)]$$

$$p \equiv F, q \equiv F, r \equiv F$$

$$p \equiv V, q \equiv V, r \equiv V$$

$$p \equiv V, q \equiv V, r \equiv F$$

8

9 $(p \wedge \sim q) \rightarrow [r \vee (p \leftrightarrow q)]$

$$p \equiv V, q \equiv F, r \equiv V$$

$$p \equiv F, q \equiv F, r \equiv V$$

10 En los siguientes problemas considerar las siguientes proposiciones

- : Panamá está en América Central
- : Colombia está al sur de Venezuela
- : Quito es la capital de Ecuador

Se pide escribir como proposición compuesta las siguientes frases y determinar el valor de verdad que poseen.

1. Panamá está en América Central y Colombia está al sur de Venezuela.
2. Colombia no está al sur de Venezuela.
3. Quito no es la capital de Ecuador ni Panamá está en América Central.
4. Si Panamá está en América Central y Colombia no está al sur de Venezuela, entonces ni Panamá está en América central ni Quito es la capital de Ecuador.
5. Si $3 < 5$, entonces $3+3 = 7$ si, solo si, $1 + 1 = 4$