



IE DIVERSIFICADO DE CHÍA – TALLER DE TRIANGULOS OBLICUANGULOS APLICANDO LEY DE SENOS Y COSENOS

Chía,

Señores Estudiantes grados Décimos

El presente trabajo es el que deben realizar en el cuaderno y en la carpeta para entregar la fecha y hora que se asigne en cada curso antes de la evaluación, este trabajo corresponde al tema de Ley de Senos y Cosenos y los ejercicios son de páginas en internet y del libro de Santillana.

Cordialmente,

Rosario Monastoque R.

Profesora de Matemáticas

DEFINICIÓN LEY DE SENOS

Ley de los Senos

En todo triángulo oblicuángulo se cumple que los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos así:

$$\frac{\text{Seno } A}{a} = \frac{\text{Seno } B}{b} = \frac{\text{Seno } C}{c}, \text{ Donde } A, B, C \text{ son ángulos y } a, b, c \text{ lados del triángulo}$$

Ley de los Cosenos

En todo triángulo se cumple que el cuadrado de la longitud de uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados MENOS el doble producto de estos lados por el coseno del ángulo que forman, así:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2 * b * c * \text{Cos } A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2 * a * c * \text{Cos } B \\ c^2 &= b^2 + a^2 - 2 * a * b * \text{Cos } C \end{aligned}$$

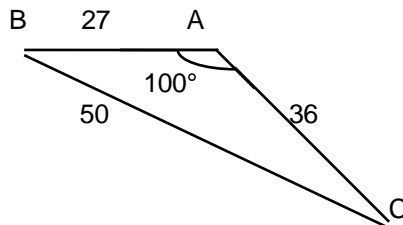
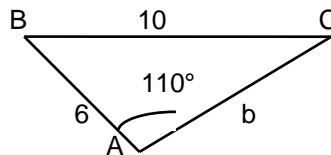
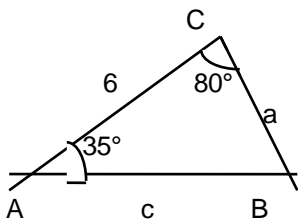
De las anteriores expresiones podemos despejar los ángulos y obtener:

$$\text{Cos } A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{-2 * b * c} \quad \text{Cos } B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{-2 * a * c} \quad \text{Cos } C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{-2 * a * b}$$

TRABAJO EN EL CUADERNO

Plantear y resolver las siguientes situaciones aplicando ley de senos o cosenos. Lo primeros 20 se resuelven en el cuaderno y los demás en la carpeta.

1. a. Resolver cada uno de los siguientes triángulos:

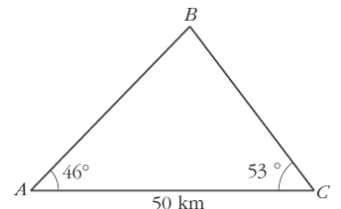


- b. $a = 4 \text{ m}; B = 45^\circ \text{ y } C = 60^\circ$
- c. $b = 5 \text{ m}; A = 35^\circ \text{ y } C = 35^\circ$

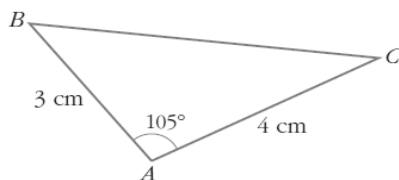
2. Al instalar en forma vertical una antena en el techo de una casa, inclinado 15° , los cables que la sostienen forman un ángulo de 45° con el tubo de 1,5 metros que la sostienen. Halle las longitudes de los cables:

3. Un topógrafo elige un punto C a 343 metros de un punto A y a 485 metros de otro punto B, ¿cuál es la distancia entre A y B si el ángulo BAC mide $49^\circ 30'$?

4. Un barco B pide socorro y se reciben sus señales en dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50 km. Desde las estaciones se miden los siguientes ángulos: $BAC = 46^\circ$ y $BCA = 53^\circ$. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?



5. a. Resolver cada triángulo



- b. Si $C = 60^\circ, a = 12 \text{ y } b = 5$, hallar c, A y B.
- c. $a = 70 \text{ m} \quad b = 55 \text{ m} \quad C = 73^\circ$
- d. $a = 122 \text{ m} \quad c = 200 \text{ m} \quad B = 120^\circ$

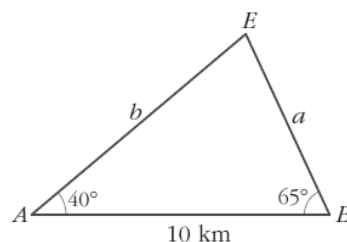
6. Hallar los ángulos de un triángulo si la longitud de los lados son 5, 6 y 8.



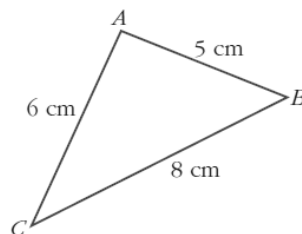
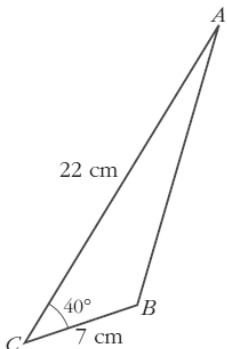
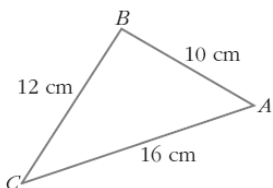
IE DIVERSIFICADO DE CHIA – TALLER DE TRIANGULOS OBLICUANGULOS APLICANDO LEY DE SENOS Y COSENOS

7. Dos automóviles parten del mismo punto y viajan sobre dos carreteras que forman un ángulo de 84° . ¿Cuál es la distancia comprendida entre los dos automóviles después de 20 minutos si sus velocidades son de 90 y 75 kilómetros por hora, respectivamente?

8. Para localizar una emisora clandestina, dos receptores, A y B , que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con AB ángulos de 40° y 65° . ¿A qué distancia de A y B se encuentra la emisora?



9. Resolver los triángulos dados:



10. Una antena está sujeta con dos cables de acero de tal modo que forman ángulos de elevación de 58° y 40° respectivamente con el suelo. Si el cable opuesto al ángulo menor, mide 50.5m. Hallar la altura de la antena y la longitud del otro cable.

11. Dos barcos salen de un mismo puerto, y al mismo tiempo, en rutas rectilíneas que forman entre sí un ángulo de 50° . El primero navega con velocidad constante de 75 km/h y el segundo a 55 km/h. Encontrar la distancia que separa a los barcos dos horas y media después de haber partido.

12. Una avioneta, en el aire, se observa desde dos puntos A y B , distanciados 750m. El observador en A estima que el ángulo de elevación a la avioneta es 60° , en tanto que el observador desde B estima que el ángulo de elevación es de 76° . ¿Qué tan elevada está la avioneta?

13. Dos de los ángulos interiores de un triángulo miden 40° y 70° . Si el lado opuesto del mayor de los ángulos mide 12,5 cm, determine la longitud del lado menor.

14. El lado mayor de un terreno de forma triangular mide 1600m. Los otros dos lados forman ángulos de 36° y 51° , respectivamente, con ese lado. Calcule el área del terreno.

15. Dos aviones salen del mismo aeropuerto, el uno hacia el norte y el otro a 40° al este del norte; el primero a una velocidad de 240 km/h, y el segundo a 320 km/h. ¿A qué distancia se encuentran después de 2 horas de vuelo?

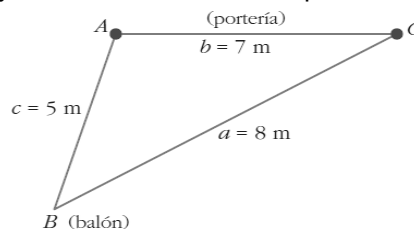
16. Halla el ángulo entre las direcciones de dos aeroplanos que parten del mismo punto y que al cabo de tres horas se encuentran a una distancia de 520 Km., si sus velocidades son 380 km/h y 420 km/h.

17. En las orillas opuestas de un río se colocan dos estacas en los puntos A y B ; en la orilla donde está situado el punto A y a una distancia de 300 m se coloca una tercera estaca; al medir los ángulos A y C se obtiene 124° y 45° . Calcula la distancia entre A y B .

18. Un faro está situado a 18 km y a 45° al norte del oeste de un muelle. Un barco sale a las 10 a.m. y navega hacia el oeste a razón de 24 km/h. ¿A qué hora se encontrará a 14 km del faro?

19. Un piloto sale desde una ciudad A con un rumbo 38° al oeste del norte, recorriendo 120 km; debido a una falla mecánica trata de regresar al punto de partida, pero por un error viaja 120 km en dirección 56° al sur del oeste. ¿A qué distancia se encontrará de la ciudad A y en qué dirección debe viajar para llegar al punto de partida?

20. En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?



TRABAJO EN LA CARPETA

21. Resuelva los triángulos dados:

- a) $a = 12$ cm; $b = 16$ cm; $c = 10$ cm
- d) $b = 4$ cm; $c = 3$ cm; $A^\wedge = 105^\circ$

- b) $b = 22$ cm; $a = 7$ cm; $C^\wedge = 40^\circ$
- e) $a = 4$ m; $B^\wedge = 45^\circ$ y $C^\wedge = 60^\circ$

- c) $a = 8$ m; $b = 6$ m; $c = 5$ m
- f) $b = 5$ m; $A^\wedge = C^\wedge = 35^\circ$

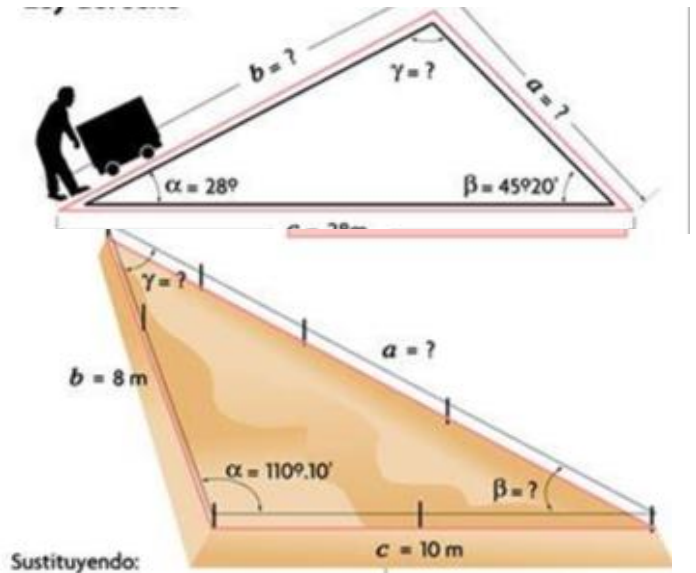
22. Un asta de bandera que está colocada sobre la parte superior de un edificio tiene 35 pies de altura. Desde un punto que está en el mismo plano horizontal que la base del edificio, los ángulos de elevación de la parte superior del asta de la bandera y de la parte inferior de la misma son respectivamente 61° y 56° . Hallar la altura del edificio.



IE DIVERSIFICADO DE CHIA – TALLER DE DE TRIANGULOS OBLICUANGULOS APLICANDO LEY DE SENOS Y COSENOS

23. Un incendio F es detectado por dos puestos de observación, A y B , que están separados 20 km. Si el punto de observación B reporta el incendio en un ángulo ABF de 53° , y el punto A con un ángulo PAF de 28° ¿A qué distancia está el incendio del punto A ? ¿De la estación B ?
24. Dos puestos de observación, A y B (separados 10 millas) en la costa, vigilan barcos que entran ilegalmente en un límite de 3 millas. El puesto A reporta un barco S en un ángulo $BAS=37^\circ$ y el puesto B reporta el mismo barco en un ángulo $ABS = 20^\circ$. ¿A qué distancia está el barco del puesto A ? ¿A qué distancia está el barco de la costa?
25. Sobre un cuerpo se ejercen dos fuerzas de 17,5 kg y 22,5 kg. Si las direcciones de las fuerzas forman un ángulo de 50° , encontrar la magnitud de la fuerza resultante y el ángulo que forma con la fuerza mayor.
26. Dos lados adyacentes de un paralelogramo se cortan en un ángulo de 35° y tienen longitud de 3 y 8 pies. ¿Cuál es la longitud de la diagonal más corta del paralelogramo con tres cifras significativas?
27. Una diagonal de un paralelogramo tiene 24,8 unidades de longitud y forma ángulos de 42° y 27° con los lados. Hallar los lados.
28. Dos puntos, A y B , situados a un mismo lado de una carretera distan 30 pies. Un punto C del otro lado de la carretera está situado de manera que el ángulo CAB mide 70° y el ángulo ABC mide 80° . ¿Cuál es el ancho de la carretera?
29. Una torre situada en la cumbre de un terraplén proyecta una sombra de 125 pies de longitud directamente a un lado, cuando el ángulo de elevación del sol mide 48° . Si el lado del terraplén está inclinado 33° respecto de la horizontal, hallar la altura de la torre.
30. Un solar triangular tiene frentes de 90 pies y 130 pies a dos calles que se cortan en un ángulo de 82° . Hallar el área del solar.

31. Calcular la distancia que debe recorrer un obrero para subir y bajar una carretilla por una rampa. Si sabemos que la base mide 28m y tiene una inclinación de 28° en la subida y $45^\circ 20'$ en la bajada.

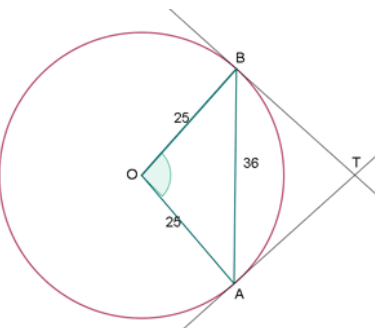
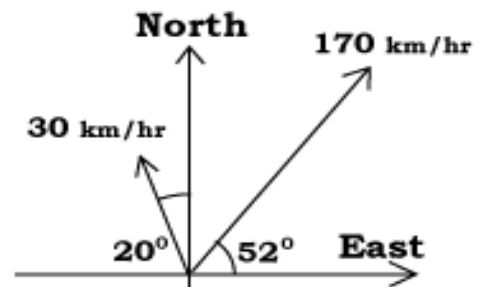


32. Se necesita cercar un terreno de forma triangular del que conocemos dos de los lados que lo forman, uno de 8m y el otro de 10 m de largo, además sabemos que el ángulo que forman entre lados es de $110^\circ 10'$ Calcular el largo del alambre que se necesita usar.

33. 6. Un automóvil viaja por una carretera en dirección Este durante 1 h; luego viaja durante 30 minutos por otra carretera que se dirige al Noreste formando un Angulo de 135° . Si el automóvil se desplaza a una velocidad constante de 40 millas/hora, ¿Qué tan lejos está de su posición de partida al terminar el recorrido?

34. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 cm., respectivamente y se cortan bajo un ángulo de 50° . Hallar el perímetro del paralelogramo.
35. Un rodadero para niños en un parque tiene 30 pies de longitud y un ángulo de elevación de 36° con respecto al piso. La escalera para subir al rodadero mide 18 pies de largo. ¿Qué ángulo de elevación con respecto al piso tiene la escalera?
36. Desde un punto se observan unos árboles con un ángulo de 36° , si avanzamos hacia ellos en línea recta y los volvemos a observar el ángulo es de 50° . ¿Qué altura tienen los árboles?
37. Desde los puntos A y B de una misma orilla de un río y separados entre si 12 m., se observan el pie P y la copa C de un pino, situado en la orilla opuesta. Calcular la altura del pino, sabiendo que los ángulos miden $PAB=42^\circ$, $PBA=37^\circ$ y $PAC=50^\circ$

38. Un aeroplano vuela a 170 km/s hacia el noreste, en una dirección que forma un ángulo de 52° con la dirección este. El viento está soplando a 30 km/h en la dirección noroeste, formando un ángulo de 20° con la dirección norte. ¿Cuál es la "velocidad con respecto a tierra" real del aeroplano y cuál es el ángulo A entre la ruta real del aeroplano y la dirección este?



39. El radio de una circunferencia mide 25 m. Calcula el ángulo que formarán las tangentes a dicha circunferencia, trazadas por los extremos de una cuerda de longitud 36 m.

40. Las diagonales de un paralelogramo miden 10 cm y 12 cm, y el ángulo que forman es de $48^\circ 15'$. Calcular los lados.

