IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES

Señores estudiantes grados OCTAVOS a continuación encontrarán una serie de ejercicios bajados de internet y de los libros de matemáticas, para realizar algunos en clase y otros en casa, todo el trabajo que realice tanto en el colegio como en casa tiene un valor en su nota procedimental.
Debe realizar en orden cada uno de los ejercicios y entregarlos a tiempo el día y hora que se le asigne a cada curso

Rosario Monastoque R.

DEFINICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

El conjunto de los números racionales se designa por la letra **Q**., y corresponde a la definición de un número entero dividido por otro.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \ / \ p, q \in Z \ , \ q \neq 0 \right\}$$

Las propiedades en el conjunto de los números racionales son las siguientes:

a) es infinito,
b) no tiene primer ni último elemento.

c) entre dos números racionales, $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ siempre existe otro número racional, por ejemplo $\frac{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}}{2}$. Es decir, el conjunto es DENSO.
d) está ordenado por la relación "menor o igual" ≤
e) se cumple la propiedad de tricotomía. (Entre dos números , se puede comparar con una sola de las siguientes relaciones : "mayor" , "menor" o "igual".)

<u>FORMAS DE EXPRESAR UN RACIONAL.</u>

Existen tres formas de expresar un número racional :

a) $\frac{p}{q}$ tal que $q \neq 0$ (forma de **racional fraccionario**)

b) $\frac{a}{b} = a : b$ Ej. : $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$ (forma de **racional decimal**)

c) $\frac{a \cdot r}{b \cdot r} \ / \ b \cdot r = 100$ Ej. : $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 75\ \%$ (**racional porcentual**)

<u>FORMAS DE UN RACIONAL DECIMAL.</u>

a) racional finito o exacto

IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES

$\frac{a}{b}$ tal que $a : b = c$ con resto cero

Ejemplo : $\frac{2}{5} = 0{,}4$

b) racional infinito periódico

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0{,}666\ldots$$

c) racional infinito semiperiódico

$$\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0{,}8333\ldots$$

PROPIEDADES DE LA IGUALDAD Y DESIGUALDAD DE FRACCIONES

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies a \cdot d = b \cdot c$$

$$\text{y } \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \implies a \cdot d > b \cdot c$$

EJERCICIOS.

1.. Señala si las siguientes parejas de racionales son iguales :

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{7}$ **b)** $\frac{^-2}{3}$ y $\frac{^-6}{^-9}$ **c)** $\frac{8}{20}$ y $\frac{^-2}{^-5}$

2. Indica el signo >, < o = que corresponda en las siguientes parejas de racionales :

a) $\frac{2}{7}$ y $\frac{1}{6}$ b) $^-\frac{5}{8}$ y $^-\frac{4}{7}$ c) $^-\frac{4}{9}$ y $\frac{12}{^-27}$

3. Encuentra el valor de x en las siguientes igualdades :

a) $\frac{4}{8} = \frac{x}{2}$ b) $\frac{20}{16} = \frac{5}{x}$ c) $\frac{^-13}{26} = \frac{x}{2}$ d) $\frac{^-1}{2} = \frac{3}{x}$

4. Encuentra :

a) $\frac{2}{3}$ **de** $\frac{1}{2}$ **de 12** **b)** $\frac{5}{6}$ **de** $\frac{1}{9}$ **de 108**

5..Intercala cinco decimales entre :

a) $0,\bar{4}$ y $0,5$ b) $1,2\bar{3}$ y $1,\bar{2}$

IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES

OPERACIONES EN Q. SUMA, PRODUCTO, POTENCIACION Y RADICACION

NOCIÓN : Propiedades de las operaciones en el sistema (Q, +, ·)

En Q se definen las dos siguientes operaciones :

ADICION;	**MULTIPLICACION**
Cumple las mismas propiedades de los números enteros : i) cerrada, ii) asociativa, iii) elemento neutro , iv) elemento inverso (**opuesto**) v) conmutativa,	Además de las propiedades en los números enteros, cumple i) elemento inverso (**recíproco**) , $\forall \frac{a}{b} \in Q ; \exists! \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \in Q / \frac{a}{b} \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = 1$ (a cada número racional se multiplica por su recíproco el resultado es uno)

ACTIVIDAD 1
Resuelve los siguientes ejercicios

1. $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \frac{5}{3} =$

2. $3\frac{5}{12} + \frac{-5}{6} =$

3. $\frac{-1}{9} + \frac{-3}{8} + \frac{5}{3} =$

4. $\frac{5}{4} - \frac{3}{10} =$

5. $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10}\right) =$

6. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{10} =$

¿Qué deduces de los ejercicios 5 y 6 ?

7. $\left[\frac{11}{2} + \left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{3}\right)\right] - \left(\frac{-2}{9} - \frac{3}{4}\right) =$

8. $0,\overline{5} + 2,\overline{6} =$

9. $9 \cdot \frac{-3}{2} =$

10. $1,\overline{37} - 1,0\overline{56} =$

11. Verifica la asociatividad de la multiplicación en Q con los siguientes elementos :
0,3 ; 1,2 ; 4,5

12. Verifica la distributividad de la multiplicación con respecto a la adición en Q con el siguiente ejercicio :
3,2 · (5,1 + 0,8)

PROBLEMAS

IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES

1.-Carlos tiene una caja con 24 bolígrafos que reparte entre sus primos de la forma siguiente:

a) Rosa recibe la tercera parte.
b) Sergio, la cuarta parte.
c) Dani, la mitad de la tercera parte.
d) Rocío, la cuarta parte de la mitad.
e) ¿Cuántos bolígrafos recibe cada uno? ¿Sobra alguno? Escribe los que sobran mediante una fracción.

3- .- Un cine tiene un aforo para 500 espectadores. Se han llenado los 7/10 del aforo.

a) ¿Cuántos espectadores han entrado?
b) ¿Qué fracción de aforo falta por llenar?
c) ¿Cuántos espectadores tendrían que entrar para llenar el aforo?

4- Sergio se comió 2/5 de una caja de 30 bombones.

a) ¿Cuántos bombones se comió?
b) ¿Qué fracción de bombones sobró?

5- María gasta en libros 3/5 partes de $ 500.000 que tiene ahorrados.

a) ¿Qué parte le queda sin gastar?
b) ¿Cuánto dinero ha gastado?
c) Si le deja a su hermana ¼ de lo que le queda, ¿qué cantidad de dinero tiene ahora María?

6.- En un colegio hay 120 estudiantes, de los que dos tercios practican algún deporte. De aquellos que practican algún deporte, dos quintos juegan al fútbol, un quinto voleibol y el resto a varios deportes.

a) ¿Cuántos alumnos practican algún deporte?
b) ¿Cuántos juegan al fútbol?
c) ¿Cuántos al voleibol?
d) ¿Cuántos a varios deportes?

7.- Los 2/5 de los alumnos del colegio practican baloncesto, ¼ tenis y el resto fútbol. ¿qué fracción de alumnos practican fútbol? Si el número total de alumnos del colegio es 660, calcular cuántos alumnos practican cada deporte.

8- Una caja de galletas contiene 40 galletas. Alberto se come una quinta parte de la caja y su hermana Rocío 3/8. ¿qué fracción de la caja comen entre los dos? ¿Cuántas galletas quedan en la caja?

9- Entre tres amigos, Elena, Alejandro y Raquel se repartes $ 1800000 de modo que a Elena le corresponde 1/3, a Alejandro 2/5 y a Raquel el resto de dicha cantidad.

a) ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?
b) ¿Qué fracción del total le corresponde a Raquel?

10.- En un grupo de estudiantes de Secundaria, los 4/10 van al cine, los 7/15 al teatro y el resto al circo. ¿Qué fracción de estudiantes va al circo?

11 .- Tres obreros realizaron la tercera, la cuarta y la quinta parte de una obra, respectivamente. ¿Qué parte de la obra se ha terminado? ¿Cuánta obra queda aún por hacer?

12.- Los estudiantes de un colegio han elegido como segundo idioma: 9/12 francés, 2/15 alemán y 1/20 italiano.

a) ¿Cuál de los tres idiomas es el mas elegido?
b) ¿Qué fracción de la clase no cursa segundo idioma?

13.- En el cumpleaños de Paula la torta se repartió de la siguiente forma: Blanca tomó un cuarto de torta, María un quinto, Jorge un tercio y Paula un sexto. ¿Qué fracción de torta sobró?

14.- En la comunidad de vecinos de Carlos, los ingresos obtenidos se emplean de la siguiente forma: 1/8 en electricidad, ¼ en mantenimiento del edificio, 2/5 en combustible para la calefacción y el resto en limpieza.

a) Hallar la fracción de ingresos que se emplean en limpieza.
b) Calcular en qué servicio se gasta más ingresos y en cuál menos.

15.- Un padre deja los 3/5 de su herencia a su hija y 1/3 para su hijo. Además deja 4000000 a una asociación benéfica. ¿A cuánto asciende el total de la herencia?

POTENCIA DE UN NÚMERO.

IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES

Si $n \in N$ y $a \in R$, entonces a^n, es igual al producto de n veces el número real a tomado c0mo factor, es decir $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \ldots \times a}_{n\ veces}$

Ejemplos:

$(5)^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $\quad (-1)^5 = (-1)(-1)(-1)(-1)(-1) = -1$ $\quad \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACION

- **Producto de potencias de igual base**: el producto de potencias de igual base, es otra potencia de la misma base y de exponente igual a la suma de los exponentes de los términos factores.

Simbólicamente: $a^m \bullet a^n = a^{m+n}$

Ejemplo: $3^8 \times 3^{10} \times 3^2 = 3^{8+10+2} = 3^{20}$

- **Cociente de potencias de igual base**: El cociente de dos potencias de igual base, es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es igual a la resta de los exponentes del término dividendo menos el del divisor.

Simbólicamente: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ con a ≠ 0 y m>n

Ejemplo: $\frac{5^{12}}{5^3} = 5^{12-3} = 5^9$

- **Potencia de una potencia**: La potencia de una potencia es otra potencia de la misma base y de exponente igual al producto de los exponentes que haya en la expresión

Simbólicamente: $(a^n)^m = a^{m \bullet n}$

Ejemplo: $\left\{\left[(-2)^3\right]^5\right\}^2 = (-2)^{3\times 5\times 2} = (-2)^{30}$

- **Potencia de un producto**: La potencia de un producto es igual al producto de dichas potencias.

Simbólicamente: $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

Ejemplo: $(5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3$

- **Potencia de un cociente**: La potencia de un cociente es igual al cociente de dichas potencias.

Simbólicamente: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ b ≠ 0

Ejemplo: $\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5^2}{4^2}$

- **Exponente cero**: toda cantidad con exponente cero es igual a 1

Simbólicamente: $a^0 = 1$ a ≠ 0

La expresión 0^0 no está definida

- **Exponentes enteros negativos:** si **n** es cualquier entero negativo y **a** un número real diferente de cero se cumple que:

IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ o que $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

- En caso que la base sea un número racional se tiene que $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Ejemplos:

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$

ACTIVIDAD 2

1. **Indica si el signo del resultado es positivo o negativo**:

a. $(-6)^7 =$ b. $(-4)^4 =$ c. $(-12)^{13} =$

2. **Expresa como potencia**:

a) $(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5) =$
b) $-5\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 5 =$
c) $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) =$

3. **Calcula:**

a. $(-5)^3 =$ b. $(-12)^4 =$ c. $(-2)^7 =$

d. $\left(\frac{3}{7}\right)^4 =$ e. $\left(-\frac{5}{2}\right)^4 =$ f. $\left(\frac{7}{6}\right)^{-3} =$

g. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

4. Aplica propiedades

a. $a^2 \cdot a^3 =$ b. $x^6 : x^4 =$ c .$a^7 \div a =$ d. $(b^3)^4 =$

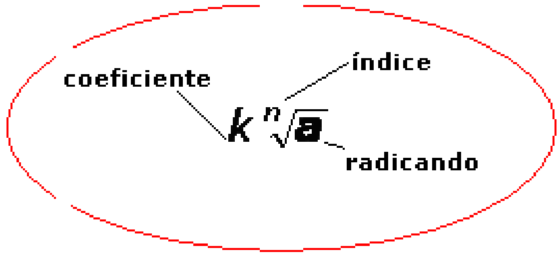
e.$2^3 \cdot 2^7 \cdot 2^{15} =$ f. $a^8 \cdot a^6 \cdot a^{10} =$ g. $((x^2)^3)^4=$ h .$a^{13} \div a^6 =$

i. $\frac{x^4y^7}{x^2y^{11}} =$ j. $\frac{x^3}{x}\cdot\frac{y^7}{y^2}\cdot\frac{z^{12}}{z^5} =$ k. $\left\{\left[(-2)^5\right]^4\right\}^2$ l. $(5x)^2$

2. RADICALES

Un radical es una expresión de la forma $\sqrt[n]{a}$, en la que n $\in \mathbb{N}$ y a $\in \mathbb{R}$; con tal que cuando a sea negativo, n ha de ser impar

IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES



RAIZ CUADRADA DE UN NÚMERO

Si $a \in R,\ b \in R^{+}$, se cumple que $\sqrt{b} = a,\ si\ solo\ si: a^{2} = b$, donde **a** es la raíz cuadrada de **b**

Ejemplo: $\sqrt{25} = 5 \quad porque\ 5^{2} = 25$

RAIZ CUBICA DE UN NÚMERO

Si $a, b \in R,$ entonces se cumple que $\sqrt[3]{b} = a,\ si\ solo\ si: a^{3} = b$, donde **a** es la raíz cúbica de **b**

Ejemplo: $\sqrt[3]{125} = 5 \quad porque\ 5^{3} = 125$

RAIZ ENESIMA DE UN NÚMERO

Si $a, b \in R,\ y\ \ n \in N$ entonces se cumple que $\sqrt[n]{b} = a,\ si\ solo\ si: a^{n} = b$, donde **a** es la raíz enésima de **b**

Ejemplo: $\sqrt[5]{32} = 2 \quad porque\ 2^{5} = 32$

EXPONENTES RACIONALES

Una expresión radical puede escribirse como una potencia de exponente racional, es decir $\sqrt[n]{a^{m}} = a^{\frac{m}{n}}$

Ejemplo: $\sqrt[3]{5^{2}} = 5^{\frac{2}{3}}$

PROPIEDADES DE LOS RADICALES.

- **Raíz enésima de un número real elevado a la potencia n**: para cualquier $n \in Z^{+}$, se cumple que: $\sqrt[n]{a^{n}} = \left(a^{n}\right)^{1/n} = a^{\frac{n}{n}} = a$
- **Raíz enésima de un producto:** la raíz enésima de un producto es igual al producto de ls raíces enésimas de los factores. Para cualquier $n \in Z^{+}$, se cumple que $\sqrt[n]{a \bullet b} = \sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b}$
- **Raíz enésima de un cociente:** la raíz enésima de un cociente es igual al cociente de las raíces enésimas del dividendo y del divisor. Para todo $n, a, b, \in Z^{+}$, se cumple que: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- **Raíz enésima de una raíz:** la raíz enésima de una raíz es igual a otra raíz, cuyo índice es el producto de los índices. Para todo $m, n, b, \in Z^{+}$, se cumple que: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m \times n]{b}$

IE DIVERSIFICADO DE CHIA
TALLER DE NUMEROS RACIONALES - OPERACIONES

- **Propiedad fundamental de los radicales:** Se puede multiplicar o dividir el índice de la raíz y el exponente del radicando por un mismo número y el valor de la raíz no cambia, por tanto

$$\sqrt[kn]{b^{km}} = b^{km/kn} = b^{m/n} = \sqrt[n]{b^{n}}, \text{ donde } k \in N$$

Se debe tener en cuenta que si n es par, entonces el radicando debe ser positivo para que exista una raíz real.

ACTIVIDAD N° 3

I. Calcula

a. $\sqrt{36} =$ b. $\sqrt[5]{243}$ c. $\sqrt{100} =$ d. $\sqrt{121} =$

e. $\sqrt[3]{216} =$ f. $\sqrt[4]{16} =$ g. $\sqrt[3]{125} =$ h. $\sqrt[4]{81} =$

i. $\sqrt[4]{2401} =$ **j.** $\sqrt[10]{1} =$

II. Escribe en forma de radical las siguientes expresiones

a. $5^{\frac{1}{2}}$ b. $2^{\frac{3}{4}}$ c. $7^{\frac{1}{2}}$ d. $x^{\frac{1}{3}}$

III. Escribe en forma de potencia

a. $\sqrt{11}$ b. $\sqrt[3]{5}$ c. $\sqrt[4]{7}$ d. $\sqrt{2}$

IV. Aplica las propiedades de la radicación y comprueba

a. $\sqrt{100 \times 4}$ b. $\sqrt{\frac{144}{9}}$ c. $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ d. $\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt{3}}}$ e. $\sqrt[5]{3^5}$

ACTIVIDAD N° 4

Con todos las palabras y conceptos de este tema debe construir una sopa de letras con mínimo 20 palabras y máximo 30 palabras este diseño lo debe hacer cada estudiante y elaborarlo en una hoja cuadriculada como mínimo cada cm debe tener.