

CAPITULO VI

CUADRILATEROS

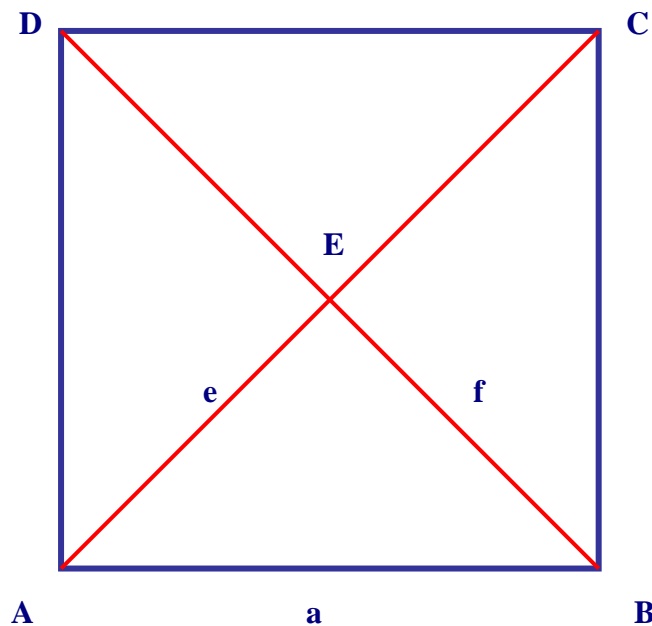
Def.- Son polígonos formados por la unión de cuatro segmentos de recta.

PARALELOGRAMOS.-

Def.- Son cuadriláteros que tienen 2 pares de lados paralelos.-

CUADRADO.-

Def.- Es un paralelogramo (#) que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos rectos.-



$$\text{Perímetro} = a + a + a + a = \boxed{4a}$$

$$\text{Área} = a \cdot a = \boxed{a^2}$$

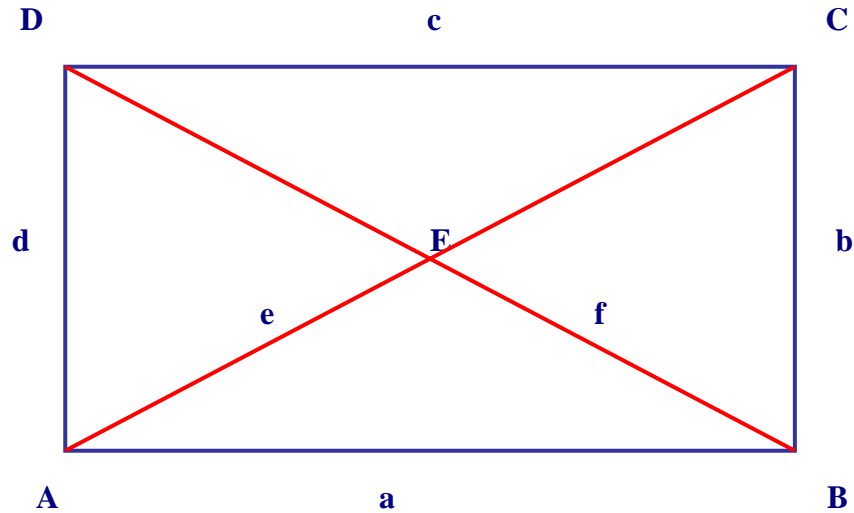
Def.- Diagonal de un polígono es el trazo que une dos vértices no consecutivos.

Propiedades de las diagonales de un cuadrado.

- 1) Tienen la misma medida
- 2) Se dimidian (c/u divide a la otra en dos partes iguales)
- 3) Son bisectrices de los ángulos interiores
- 4) Se intersectan formando 4 ángulos rectos.

RECTANGULO.-

Def.- Es un paralelogramo que tiene lados paralelos e iguales de 2 en 2 y 4 \angle rectos.-



Perímetro = $a+b+c+d$; pero $a = c \wedge b = d$

$$P = 2(a + b)$$

Área = largo \cdot ancho

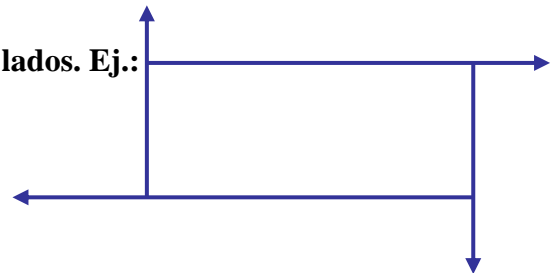
$$A = a \cdot b$$

Propiedades de las diagonales de un rectángulo.-

- 1) Tienen igual medida
- 2) Se dimidian.
- 3) No son bisectrices de los ángulos interiores.
- 4) Se intersectan formando ángulos oblicuos (2 agudos y 2 obtusos)

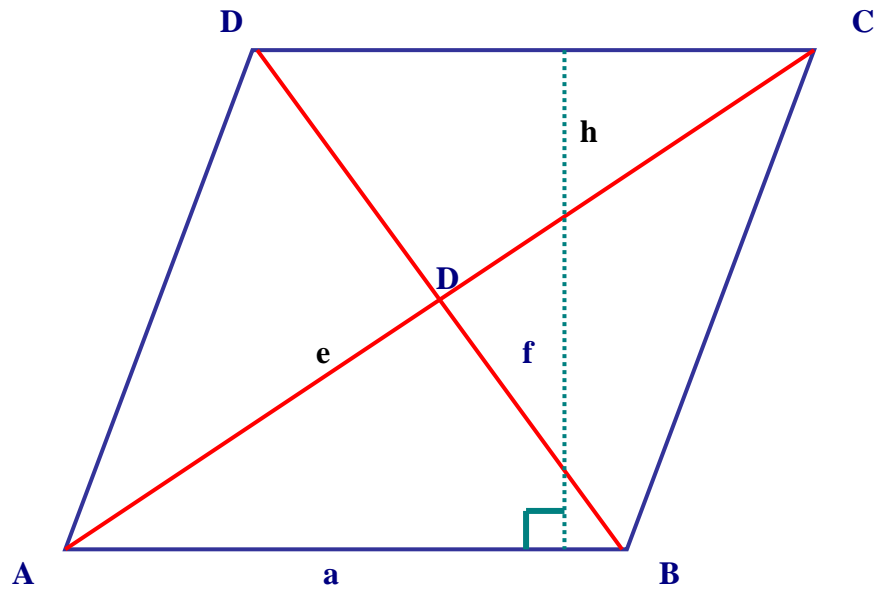
La suma de los ángulos interiores de todo paralelogramo es de 360°

Los ángulos exteriores de un (#) se forman alargando lados. Ej.:



ROMBO.-

Def.- Es un paralelogramo que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos oblicuos,.



Perímetro: $a + a + a + a = 4a$

Área = base · altura = $a \cdot h$

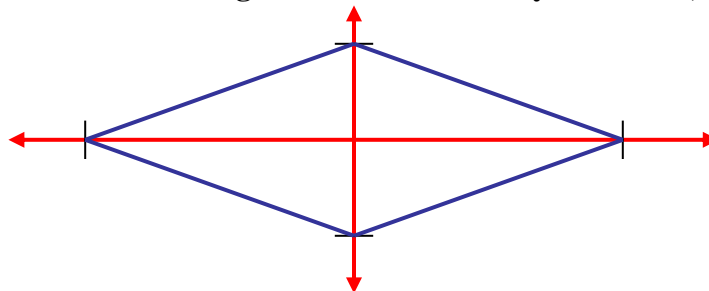
También el Área de un rombo puede calcularse multiplicando sus diagonales y dividiendo el producto por 2 .

$$\text{Área} = \frac{e \cdot f}{2}$$

Propiedades de las diagonales del rombo.-

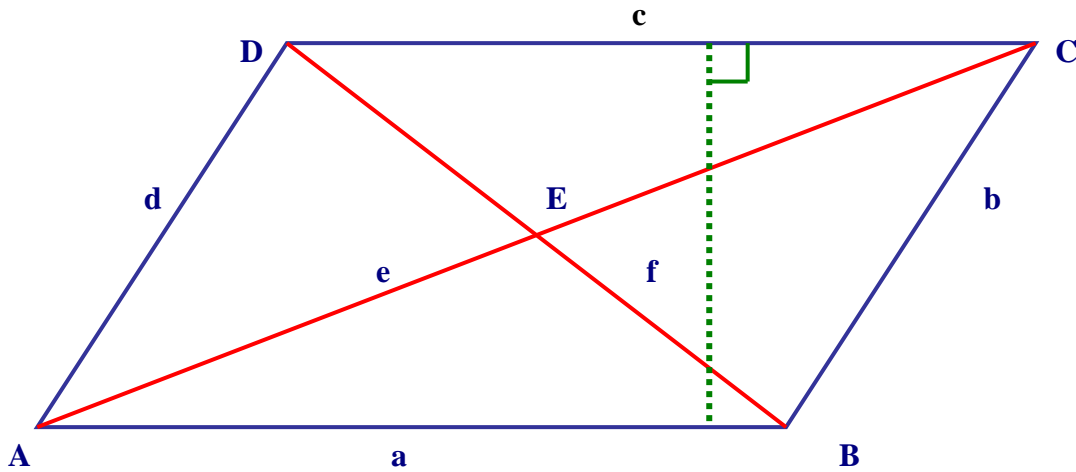
- 1) Tienen distinta medida.
- 2) Se dimidian
- 3) Son bisectrices de los ángulos interiores.
- 4) Se intersectan formando 4 ángulos rectos.

Construcción de un rombo dadas sus diagonales. Si $e = 3 \text{ cm.}$ y $f = 9 \text{ cm.}$, construir el rombo.



ROMBOIDE.-

Def.- Es un paralelogramo que tiene sus lados paralelos iguales y sus ángulos oblicuos.



Perímetro: (es el mismo caso del rectángulo)

$$P = 2 (a + b)$$

Área: (base multiplicada por altura)

$$A = b \cdot h$$

Propiedades de las diagonales del romboide.-

- 1) Tienen distinta medida.
- 2) Se dimidian
- 3) No son bisectrices de los ángulos interiores.
- 4) Se intersectan formando ángulos oblicuos.

TRAPECIOS.-

Def., Son cuadriláteros que tienen un par de lados paralelos.-

Perímetros: Para todos ellos, el Perímetro se calcula sumando los lados $P = a + b + c + d$

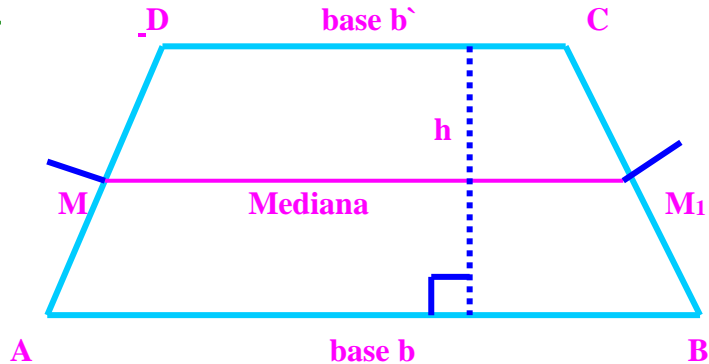
Áreas: Para todos ellos el Área se calcula multiplicando la semisuma de las bases por la altura.

$$A = \frac{b + b'}{2} \cdot h \quad \text{o bien} \quad \text{Mediana} \cdot \text{altura}$$

TRAPECIO ISOSCELES.-

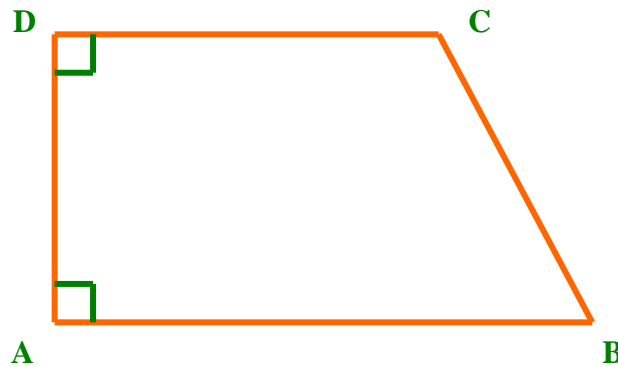
Tiene los lados no paralelos iguales.-

La **altura** de un trapecio se define como el segmento trazado perpendicularmente entre los lados paralelos.



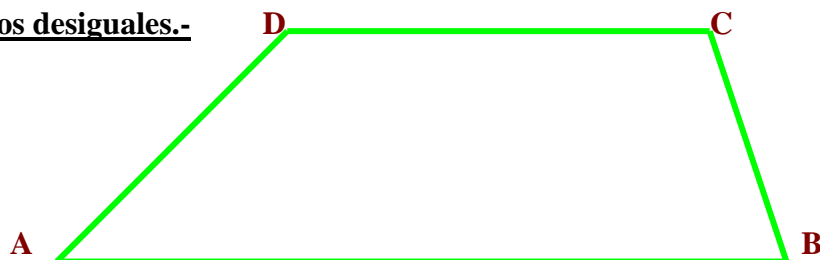
TRAPECIO RECTÁNGULO.-

Tiene 2 ángulos rectos.-



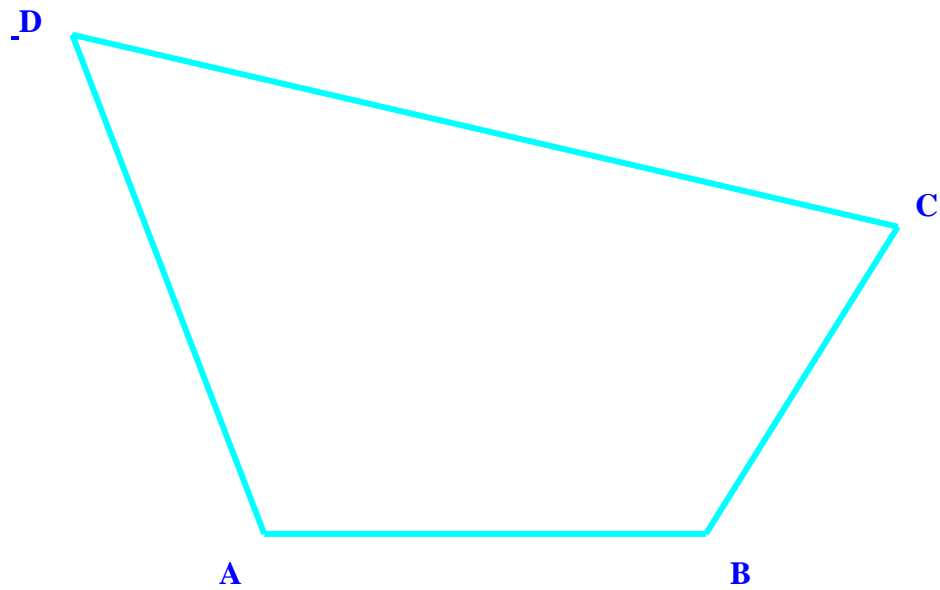
TRAPECIO ESCALENO.-

Tiene los lados no paralelos desiguales.-



TRAPEZOIDE.-

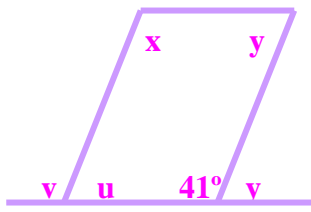
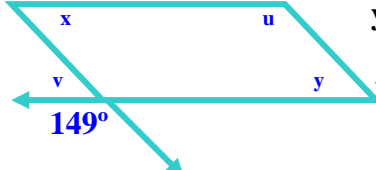
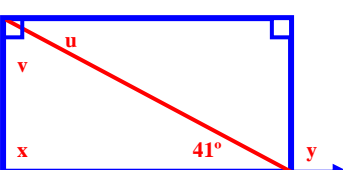
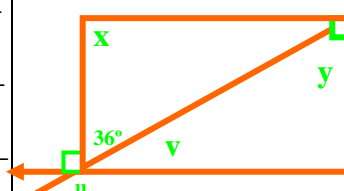
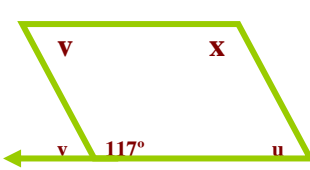
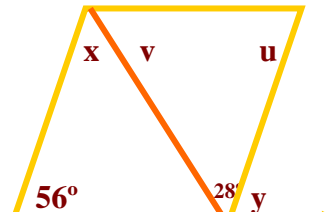
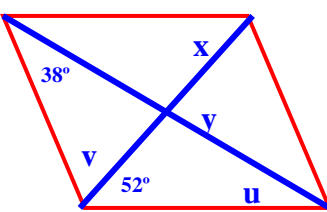
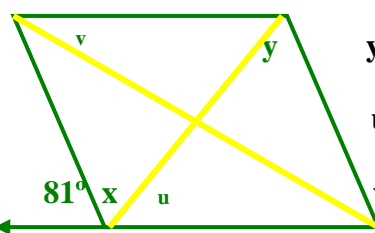
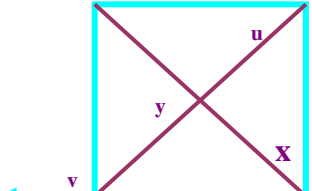
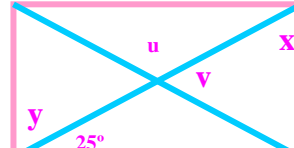
Def.- Es un cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.-



MEDIDAS DE ANGULOS DE UN CUADRILATERO.-

| | |
|---|---|
| <p>1)</p> <p>$x =$ _____</p> <p>$y =$ _____</p> <p>$u =$ _____</p> <p>$v =$ _____</p> | <p>2)</p> <p>$x =$ _____</p> <p>$y =$ _____</p> <p>$u =$ _____</p> <p>$v =$ _____</p> |
| <p>3)</p> <p>$x =$ _____</p> <p>$y =$ _____</p> <p>$u =$ _____</p> <p>$v =$ _____</p> | <p>4)</p> <p>$x =$ _____</p> <p>$y =$ _____</p> <p>$u =$ _____</p> <p>$v =$ _____</p> |

Ángulos en paralelogramos.- Calcular x, y, u, v en cada figura.-

| | |
|--|--|
| <p>1)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> | <p>2)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> |
| <p>3)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> | <p>4)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> |
| <p>5)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> | <p>6)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> |
| <p>7)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> | <p>8)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> |
| <p>9)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> | <p>10)</p>  <p>x = _____ y = _____ u = _____ v = _____</p> |

Mediana de un trapecio.-

En la figura ABCD es un trapecio de bases AB y CD. MN es la mediana y R es el punto de intersección de la diagonal BD y la mediana MN. La diagonal origina los ΔABD y ΔDBC .

El Área de esos Δ es:

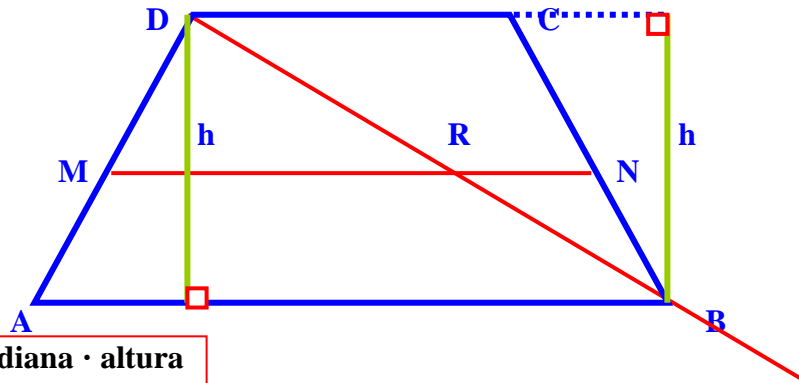
I $\Delta ABD = \frac{AB \cdot h}{2}$

II $\Delta DBC = \frac{DB \cdot h}{2}$

III $\Delta ABD + \Delta DBC =$

$\frac{h (AB + DB)}{2} =$

Área del trapecio = Mediana · altura



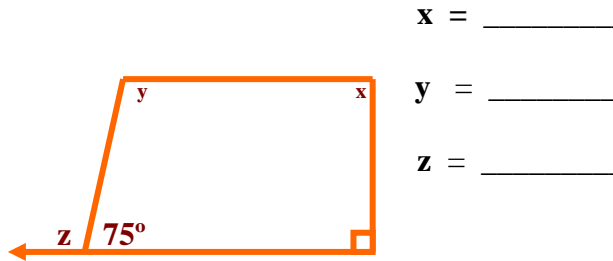
Completa la tabla con las medidas indicadas en cm..-

| m(AB) | m(CD) | m(MN) | m(MR) | m(RN) |
|-------|-------|-------|-------------|-------|
| 38 | 22 | | | |
| | | | 15 | 9 |
| | 20 | | 16 | |
| M(AB) | M(CD) | M(h) | Área (ABCD) | ----- |
| 52 | 46 | 20 | | |
| 46 | 54 | 36 | | |
| 19 | 15 | 9,2 | | |
| 15 | 9 | 10 | | |
| 32 | 18,4 | 23,5 | | |
| 60 | 43 | 35 | | |

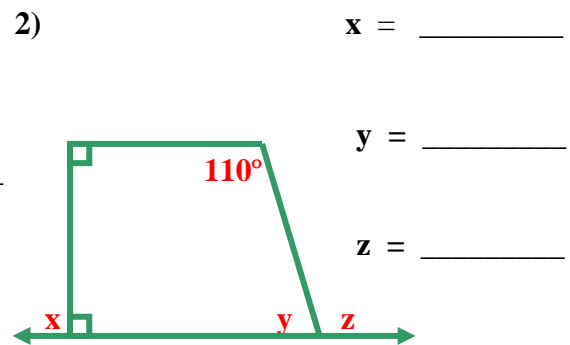
Ángulos interiores y exteriores de un trapecio.-

| | |
|---|---|
| <p>1)</p> <p style="text-align: right;">x = _____ y = _____ z = _____</p> | <p>2)</p> <p style="text-align: right;">x = _____ y = _____ z = _____</p> |
|---|---|

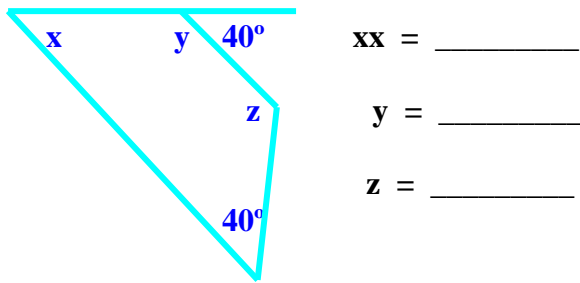
1)



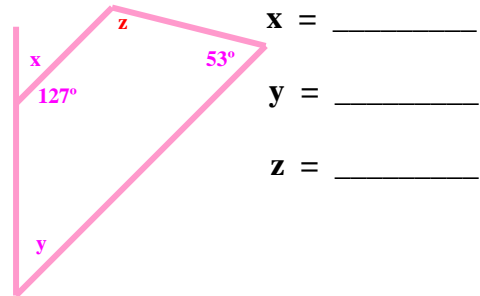
2)



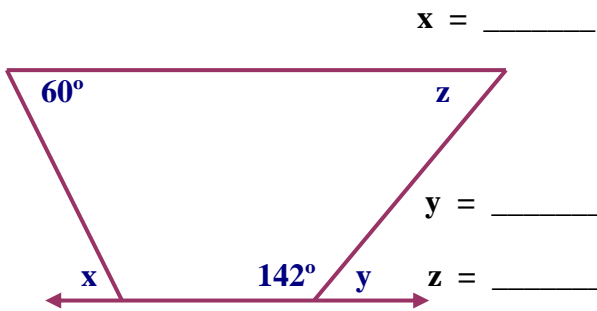
3)



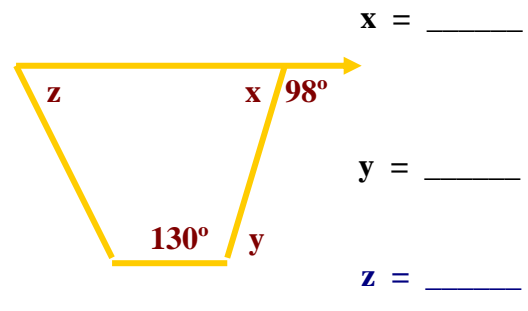
4)



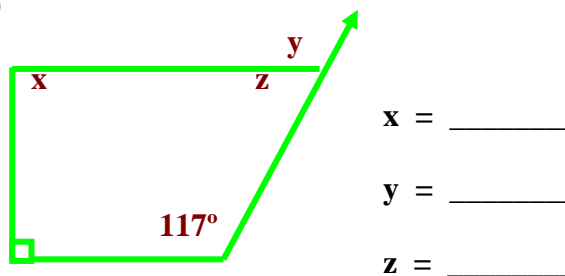
5)



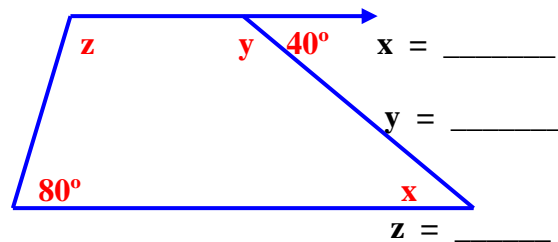
6)



7)



8)



CUADRILÁTEROS

Polígonos de 4 lados

PARALELOGRAMOS

Son cuadriláteros que tienen 2 pares de lados //

(# que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos rectos)



CUADRADO

(# que tiene sus lados contiguos desiguales y sus ángulos rectos)



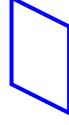
RECTÁNGULO

(# que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos oblicuos)



ROMBO

(# que tiene sus lados contiguos desiguales y sus ángulos oblicuos)



ROMBOIDE

(tiene sus lados no // iguales)



TRAP. ISÓSCELES

(tiene sus lados no // desiguales)



TRAP. ESCALENO

(tiene 2 ángulos rectos)



TRAP. RECTÁNGULO



Cuadrilátero que no tiene ningún par de lados //

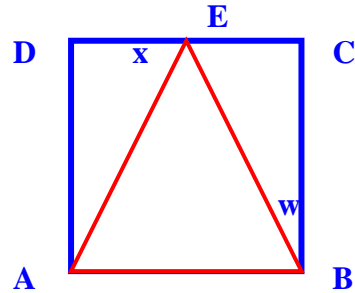
TRAPEZOIDE

EJERCICIOS Y CUESTIONARIOS.-

1) Calcula la $m\angle x$ si: ABCD es un cuadrado

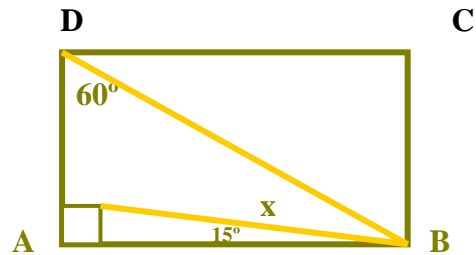
ΔABE es isósceles

$m\angle w = 25^\circ$



2) Calcula $m\angle x$ si: ABCD es un rectángulo

DB su diagonal.



3) En el romboide ABCD: $FC \cong FB$

$EF \parallel AD$

$FB \perp AB$

Calcula;

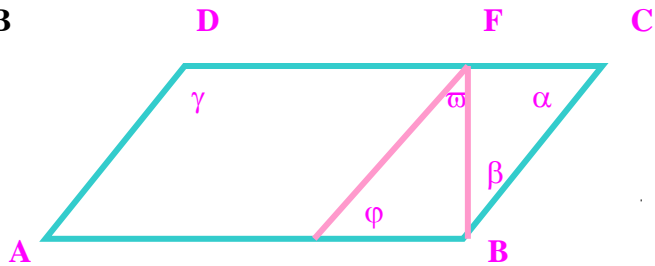
$m\angle \alpha =$

$m\angle \beta =$

$m\angle \omega =$

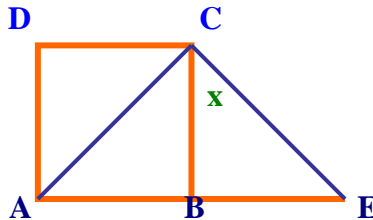
$m\angle \varphi =$

$m\angle \gamma =$



4) Sea ABCD un cuadrado: $AC \cong CE$

Calcula $m\angle x$

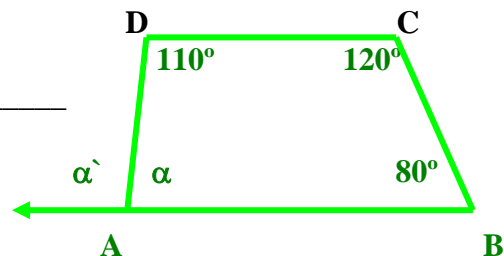


5) Sea ABCD un trapecio:

$DC = 3 \text{ cm.}$ y $AB = 5 \text{ cm.}$

Entonces la mediana del trapecio mide _____

Calcular $m\alpha =$ $m\alpha' =$



CUESTIONARIO

Responde las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué nombre recibe cualquier figura de 4 lados? _____
- 2) ¿Qué nombre recibe un cuadrilátero que tiene 2 pares de lados // y \cong ? _____
- 3) ¿Qué nombre recibe el cuadrilátero que sólo tiene 1 par de lados //? _____
- 4) ¿Cuántos grados suman las medidas de todos los ángulos interiores de 1 cuadrilátero? _____
- 5) ¿Cuántos grados suman las m de todos los \angle interiores de un trapecio? _____
- 6) Atendiendo a su longitud ¿Cómo son entre sí los lados opuestos de un #? _____
- 7) Atendiendo a sus medidas ¿Cómo son entre si los \angle opuestos de 1 #? _____
- 8) ¿Qué relación se cumple para los \angle adyacentes en todo #? _____
- 9) ¿Qué relación se cumple para las diagonales en todo #? _____
- 10) Nombra todos los # _____
- 11) Escribe 2 características de las diagonales del cuadrado _____
- 12) ¿Qué clase de \angle determinan en el rectángulo sus diagonales? _____
- 13) Escribe 3 semejanzas entre el cuadrado y el rombo (aparte de tener 4 lados y 2 diagonales) _____
- 14) Describe el romboide _____

15) Clasifica los trapecios. Elige uno de ellos y descríbelo_____

16) ¿Cómo se determina la mediana de un trapecio? (Nos están dando las medidas de sus bases)_____

17) Construye un romboide cuyo ángulo agudo mide 60° , su lado mayor mide 6cm. y el menor mide 4 cm.. (No olvides leyenda).

Problemas.-

Calcular el Área y el Perímetro de cada uno de los rectángulos propuestos:

A) 1.- Largo = 5 cm.; ancho = 6 cm.

2.- Largo = 0,8 m ancho = 2,3 m

3).- Largo = $\frac{3}{4}$ dm ancho = $\frac{1}{2}$ dm

B) Calcular el Área de cada uno de los cuadrados propuestos:

1.- m = 3 mm

2.- n = 9 cm.

3.- s = 5 m

C) A continuación se dan la base y la altura de algunos #. Calcular el Área de ellos.

1.- a = 3 cm.

2.- a = 2,7 m

3.- a = $3\frac{1}{4}$ m

b = 6 cm.

b = 4,5 m

4.- a = $\frac{3}{4}$ m

D) a = base inferior del trapecio; b = base superior; c = altura del trapecio-

Calcular el Área de los siguientes trapecios:

1) a = 4 cm.; b = 3 cm.; c = 2 cm.; 2) a = 8 m; b = 6 m; c = 7 m.

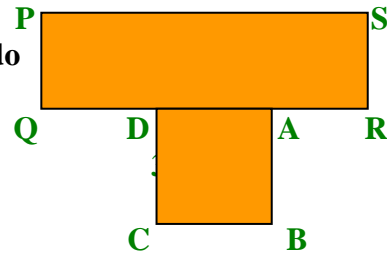
CAPITULO VII

CALCULO DE ÁREAS Y PERIMETROS DE CUADRILATEROS ACHURADOS

I En la figura, PQRS es un rectángulo y ABCD un cuadrado

$$A \text{ del } \square = 90 \text{ cm.}^2; A \text{ del } \square = 36 \text{ cm.}^2$$

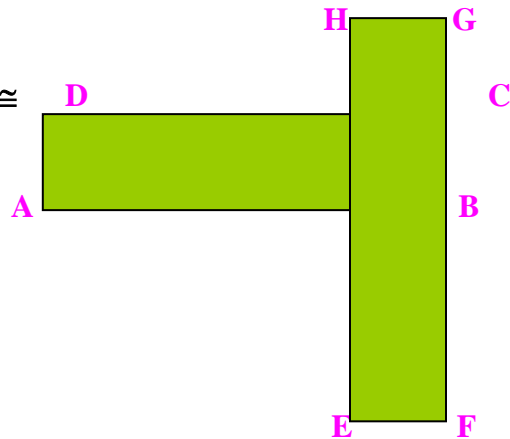
¿Cuánto mide el P de la figura sombreada?



II En la figura, los rectángulos ABCD y EFGH son \cong

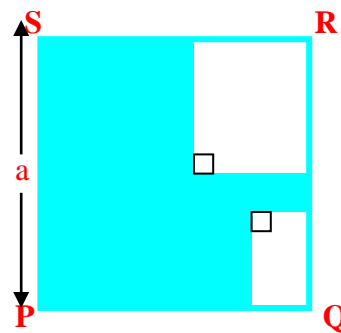
Sus lados miden 2 cm. y 13 cm. respectivamente.

¿Cuál es el Área de la superficie coloreada?



III En la figura, PQRS es un cuadrado de lado a .

El P de la parte sombreada es,

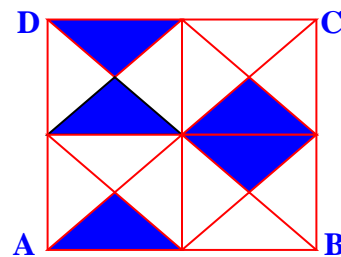


IV En la figura se han unido los puntos medios

de los lados del cuadrado y se han dibujado

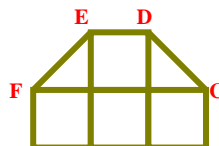
las diagonales de los cuadrados menores.

¿Qué parte del total representa la parte sombreada

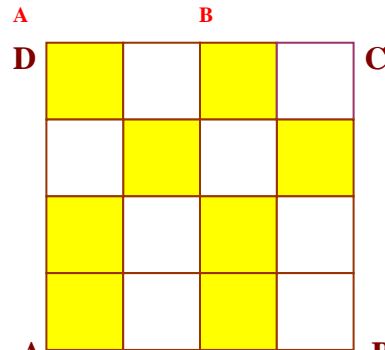


V En la figura hay 4 cuadrados \cong de lado a .

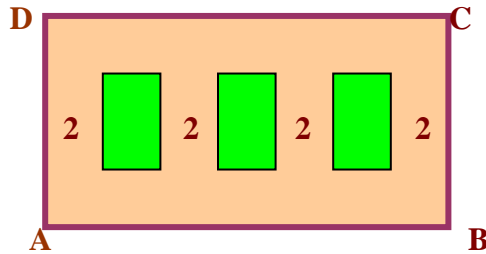
El P de la figura ABCDEFA es:



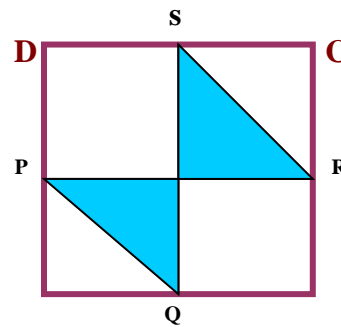
VI El cuadrado de la figura se ha dividido en cuadrados menores de 1 cm. de lado. ¿Qué porcentaje del cuadrado mayor es la parte sombreada?



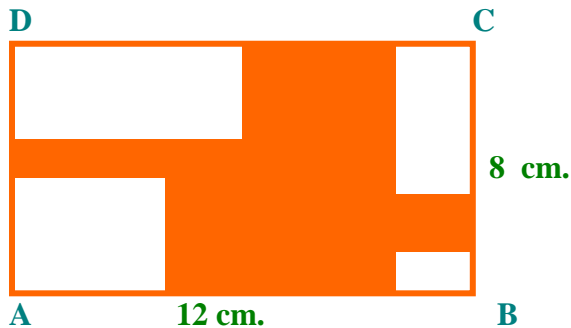
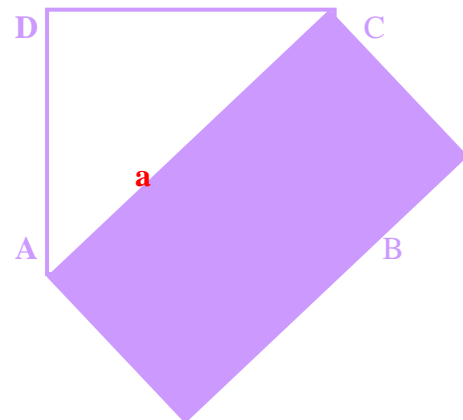
VII Los rectángulos I, II, III, son \cong y de lados \parallel . Distan 2 cm. entre sí y a los lados del rectángulo ABCD. $AB = 41\text{cm}$. $AD = 24\text{cm}$. El Área sombreada mide,



VIII PQRS son los puntos medios del cuadrado de lado a de la figura. El P de la parte sombreada mide,

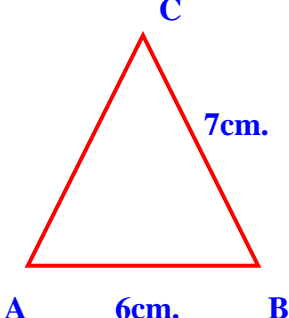
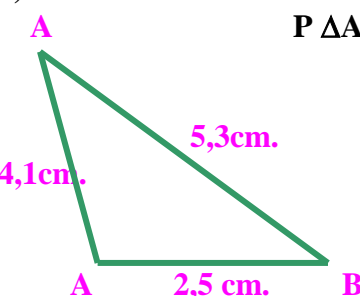
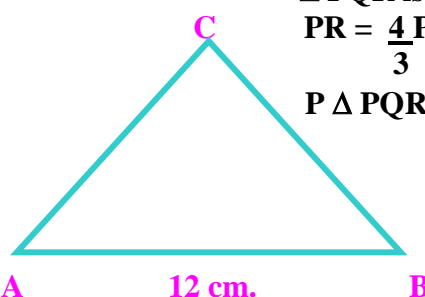
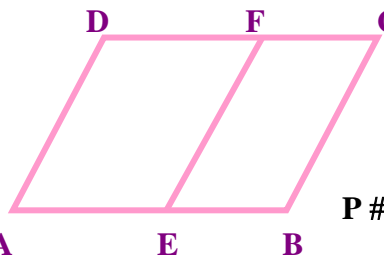
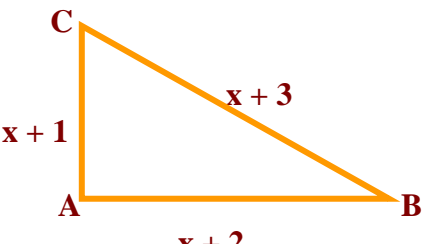
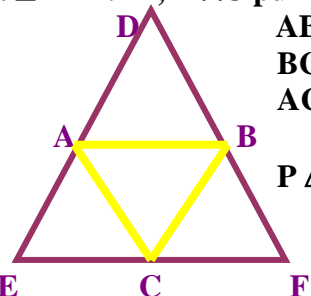


IX Sobre la diagonal del cuadrado ABCD de lado a , se ha dibujado un rectángulo. El P de la parte sombreada es,



X El perímetro de la figura inscrita en el rectángulo mide,

Calcular el Perímetro de las siguientes figuras:

| | |
|--|--|
| <p>1)  ΔABC isósceles $P \Delta ABC =$</p> | <p>2)  $P \Delta ABC =$</p> |
| <p>3)  ΔPQR isósceles $PR = \frac{4}{3} PQ$ $P \Delta PQR =$</p> | <p>4)  $ABCD \#$ $EF \parallel BC$ $AE = 10 \text{ cm.}$ $BC = 6 \text{ cm.}$ $DC = 15 \text{ cm.}$ $P \# EBCF =$</p> |
| <p>$P \Delta ABC = 36 \text{ cm.}$ Clasifica el Δ si </p> | <p>5) 6) Sea ΔDEF.- $A, B \wedge C$ puntos medios de los lados  $AB = 8 \text{ cm.}$ $BC = 6 \text{ cm.}$ $AC = 4 \text{ cm.}$ $P \Delta EFD =$</p> |

Calcula el A de las siguientes figuras:

1) De un cuadrado de lado a) $a = 5 \text{ cm.}$

$$A_{\square} =$$

d) $a = \frac{2}{3} \text{ cm.}$

$$A_{\square} =$$

b) $a = 1,5 \text{ cm.}$

$$A_{\square} =$$

e) $a = \frac{4}{5} \text{ m}$

$$A_{\square} =$$

c) $a = 0,8 \text{ cm.}$

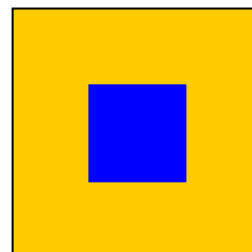
$$A_{\square} =$$

f) $a = \frac{3}{4} \text{ m}$

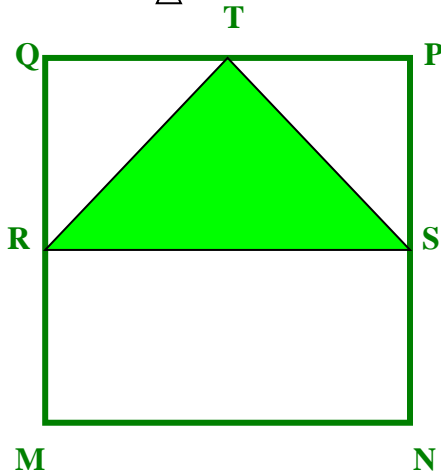
$$A_{\square} =$$

2) Calcular el A amarilla si ABCD y EFGH son cuadrados de 8 cm. y 4 cm. de lado respectivamente

8 cm



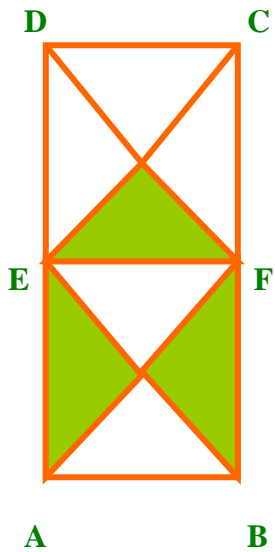
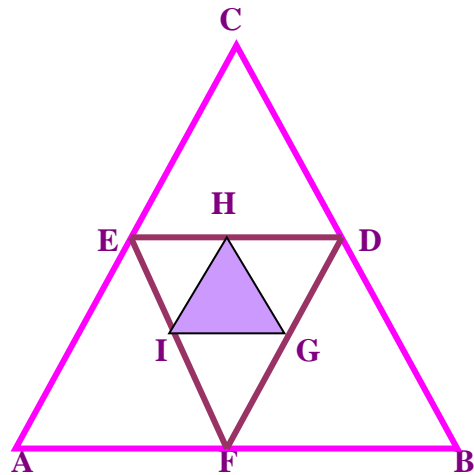
1) En el cuadrado MNPQ, S y T son puntos medios de sus lados. ¿Qué parte del Área del cuadrado es el Área del $\triangle RST$?



- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

2) En el $\triangle ABC$ se trazaron las medianas EF, FD y ED. En el $\triangle FDE$ se trazaron las medianas IG, GH y HI. ¿Qué fracción del Área del $\triangle ABC$ es el Área del $\triangle IGH$?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{4}$ E) N.A.



3) ¿A qué fracción corresponde el área achurada de la figura?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

CAPITULO VIII

FORMA DE REALIZAR PROBLEMAS SOBRE POLIGONOS.- Y REPASO SOBRE CUADRILÁTEROS.

Graficar un hexágono regular de lado 6cm. y obtener:

- Angulo del centro.
- Angulo interior.
- Angulo exterior.
- Radio de la circunferencia
- Apotema
- Longitud de la diagonal.

Solución de a)

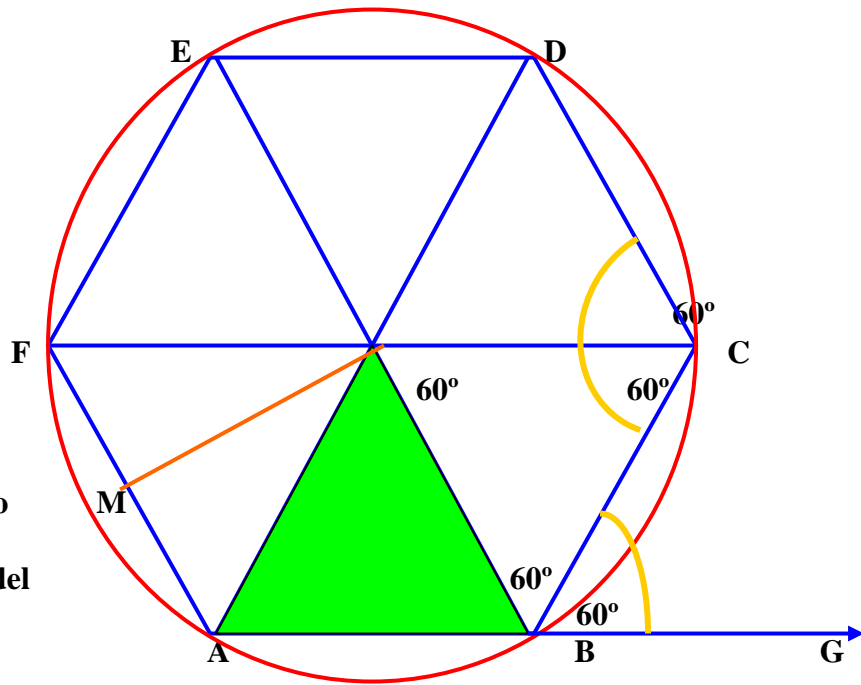
Como se trata de un hexágono regular, sabemos que el polígono tiene 6 lados iguales. Por lo tanto los 360° de la circunferencia correspondiente los dividimos por 6, lo que nos proporciona un ángulo del centro (o ángulo fundamental) de $360 : 6 = 60^\circ$.

En la misma forma se calcula para cualquier otro polígono, conociendo el N° de lados.

Solución de b) y c)

Vemos que el ángulo interior mide 120° , uniendo 2 \angle basales de los triángulos.

El ángulo exterior CBG se forma con el lado de 1 Δ y la prolongación del lado adyacente y es \cong con el \angle del centro.

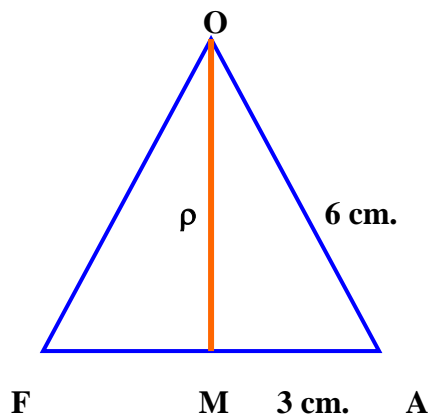


Solución de d)

En este caso, el radio de la circunferencia está dado, ya que es igual al lado y este mide 6 cm..

Solución de e)

La apotema es la perpendicular bajada desde el centro de la circunferencia al lado del triángulo. Para calcular su magnitud, usamos el teorema de Pitágoras



$$\rho^2 + 3^2 = 6^2$$

$$\rho^2 = 36 - 9$$

$$\rho^2 = 27 / \sqrt{\quad}$$

$$\rho = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9}$$

$$\rho = 3 \cdot \sqrt{3} \text{ cm.}$$

Es la longitud del apotema

Solución de f)

La longitud de la diagonal se calcula

PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS.

- 1) La suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono = $180^\circ \cdot (n - 2)$
- 2) La suma de las medidas de los ángulos exteriores de un polígono = 360°
- 3) El número de diagonales que se pueden trazar desde un vértice de un polígono de n lados es $n - 3$.
- 4) El número total de diagonales que se pueden trazar en un polígono de n lados es

$$D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS REGULARES.

1) Cada ángulo interior de un polígono regular de n lados mide:

$$\angle \text{interior} = \frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n}$$

2) Cada ángulo exterior de un polígono regular de n lados mide:

$$\angle \text{exterior} = \frac{360^\circ}{n}$$

3) A todo polígono regular se le puede inscribir y circunscribir una circunferencia.

4) El ángulo del centro es congruente con el ángulo exterior.

5) La suma de los ángulos basales del triángulo fundamental equivale al \angle interior.

CALCULO DE LOS LADOS DE LOS POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS EN FUNCIÓN DEL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA.

En el cálculo se usarán las siguientes abreviaturas:

n = número de lados de un polígono regular.

l_n = lado del polígono regular inscrito de n lados

ρ_n = apotema del polígono inscrito (es la \perp desde el centro de la circunferencia, al lado del polígono inscrito.. Cae en el punto medio del lado).

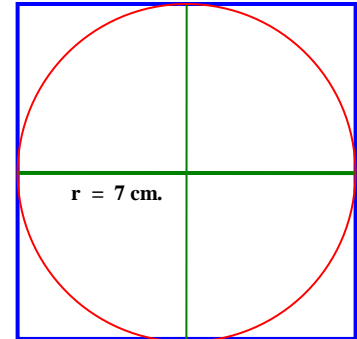
P_n = perímetro del polígono regular inscrito de n lados

Ejercicio I

Calcular el lado del cuadrado inscrito en función del radio r de la circunferencia

Construcción:

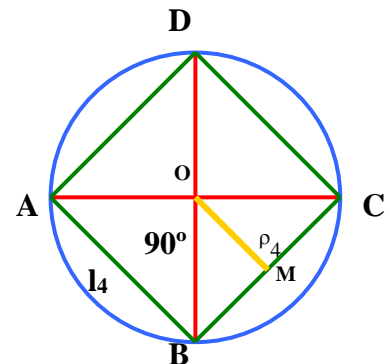
Dibujamos una circunferencia y dos diámetros perpendicular. Luego las tangentes a dichos diámetros. Si $r = 7$ cm., el lado mide 14 cm. ya que $d = 2r$



Ejercicio II Calcular el lado del cuadrado inscrito en función de el radio de la circunferencia circunscrita.

Construcción: Se trazan dos diámetros perpendiculares y se unen sus extremos. El Δ fundamental AOB del cuadrado es Δ rectángulo isósceles. Luego resulta: $AB = l_4$

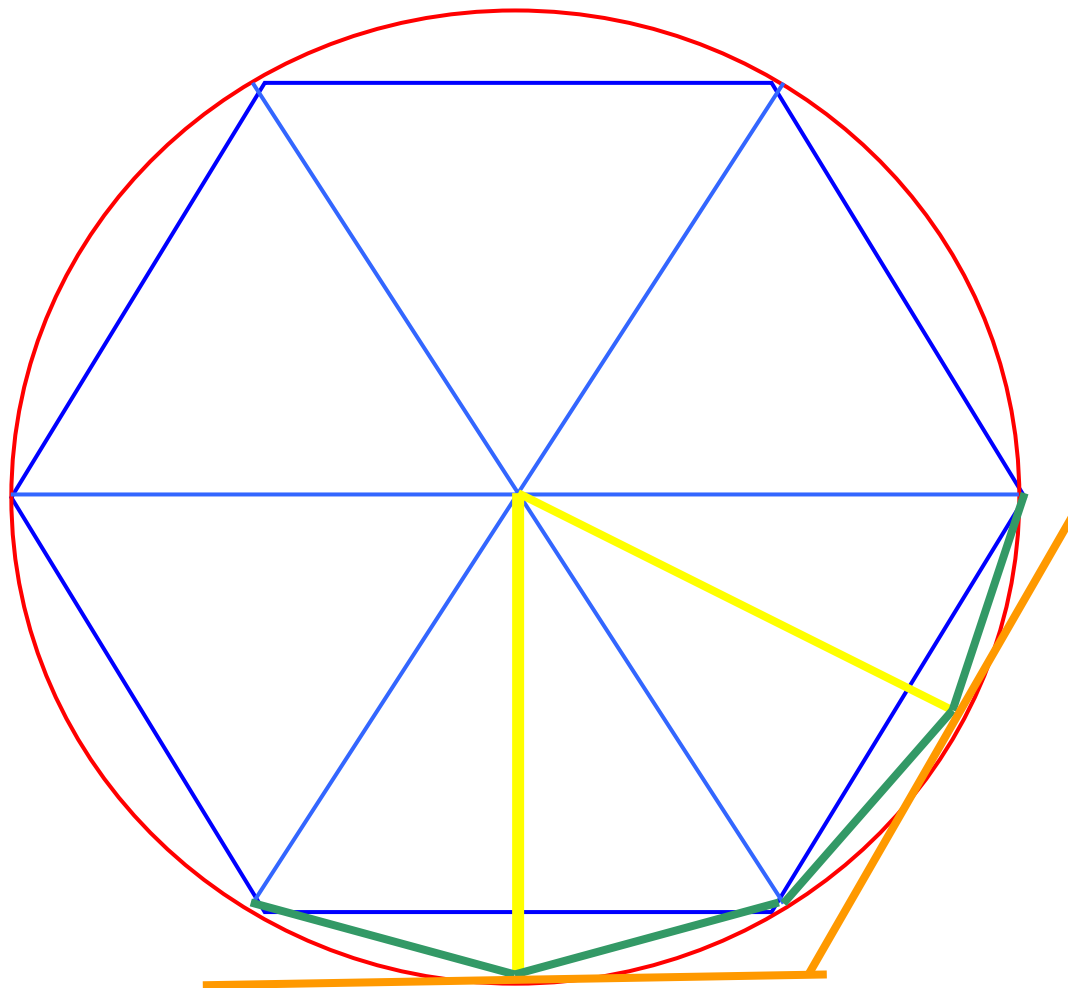
Dependiendo de la medida del radio y aplicando el Teorema de Pitágoras, se puede calcular la medida del lado.



II.- Calcular el lado l_6 (lado del hexágono inscrito)

Construcción:

A partir del punto a de la circunferencia se aplica el radio como cuerda. El Δ fundamental del hexágono es Δ equilátero, o sea $\alpha = 60^\circ$. Luego $AB = l_6$ y como $AB = OA = r$, resulta que $l_6 = r$ (es decir, el lado es igual al radio) En este mismo hexágono construiremos un polígono de 12 lados y un polígono circunscrito a la misma circunferencia del primero.



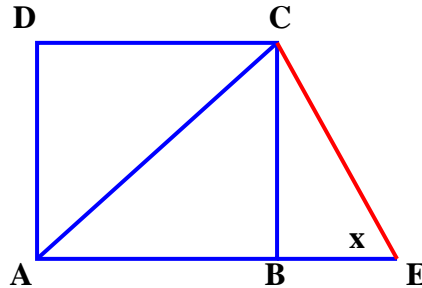
Como se puede ver en el dibujo, si queremos un polígono que tenga el doble de lados que el original, basta prolongar la apotema hasta intersectar la circunferencia y luego unir ese punto con cada uno de los vértices del triángulo escogido.

Si queremos un polígono exinscrito, con el mismo número de lados que el original, basta también prolongar la apotema hasta la circunferencia y el punto de intersección, sería el punto de tangencia para una tangente trazada entre las prolongaciones de los lados del triángulo original. Esto se repite cuantas veces sea necesario hasta completar la figura.

Ejercicios:

1) En el cuadrado ABCD de la figura adjunta, $AE = AC$. ¿Cuánto mide el ángulo x ?

- A) 45°
- B) 60°
- C) 67,5
- D) 70°
- E) 75°



2) ¿Cuántas diagonales se pueden trazar en un octógono?

- A) 8
- B) 20
- C) 40
- D) 16
- E) 24

3) El ángulo interior de un polígono regular mide 144° . ¿Qué polígono regular es?

- A) Eneágono
- B) Octógono
- C) Decágono
- D) Heptágono
- E) Dodecágono

4) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para todos los paralelogramos.

- A) Los ángulos contiguos son complementarios
- B) Las diagonales son congruentes

C) Los ángulos opuestos son suplementarios.

D) Las bisectrices son perpendiculares

E) Las diagonales se dimidian.

5) En la figura, ABCD es un cuadrado. AC es diagonal y el triángulo ABE es equilátero. La medida del ángulo x es:

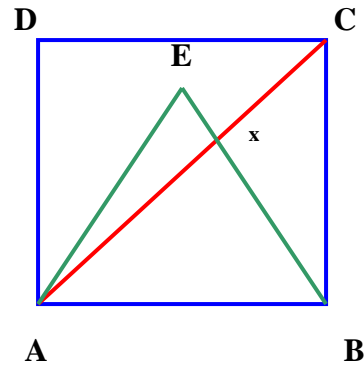
A) 60°

B) $67,5^\circ$

C) 75°

D) 90°

E) 105°



6) En la figura adjunta, ABCD es un paralelogramo. Con los datos indicados, la medida del ángulo x es:

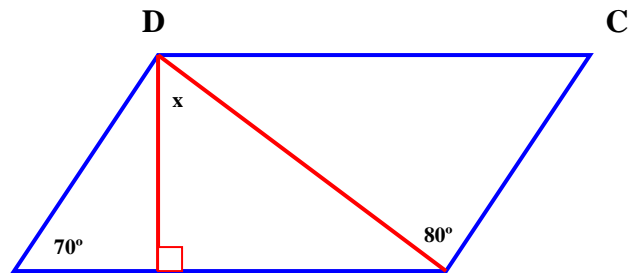
60°

80°

30°

40°

50°



7) ¿Cuáles de las siguientes propiedades se cumplen en un paralelogramo cualquiera?

I Sus lados opuestos son congruentes

II Sus ángulos opuestos son congruentes

III Sus diagonales son congruentes

IV Sus diagonales son bisectrices de los ángulos interiores

A) Sólo II; B) Sólo I y II; C) Sólo I, II y III; D) Sólo I, II y IV E) I, II, III y IV.

CAPITULO IX

LA CIRCUNFERENCIA Y EL CIRCULO.-

Def.- La Circunferencia es un conjunto infinito de puntos y todos ellos equidistan del punto llamado Centro.-

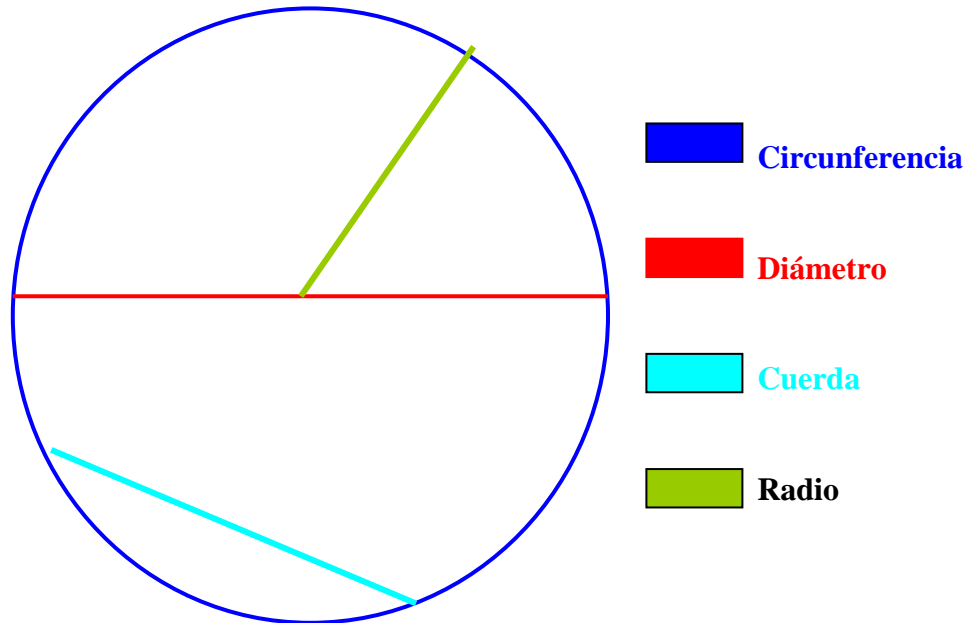
Para calcular el Perímetro de la circunferencia debemos conocer primero el significado de π .-

Def: π es el número de veces que el diámetro cabe en la \odot estirada y vale 3,1416.....

$$P_{\circ} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

o bien

$$P_{\circ} = \pi \cdot d$$

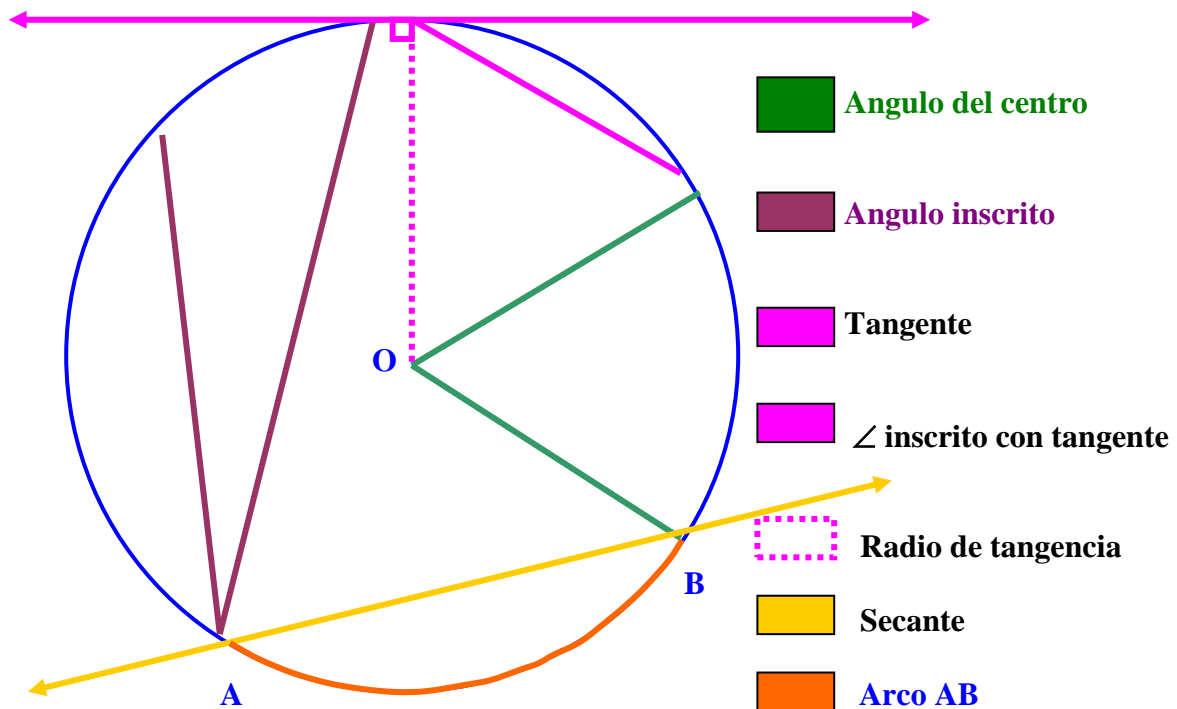


Def.- Radio : es un segmento de recta que une el punto centro con un punto cualquiera de la Circunferencia.

Def.- Cuerda: es un segmento de recta que une dos puntos cualquiera de la circunferencia.

Def.- Diámetro: es la mayor cuerda. Une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. **Un diámetro = 2 radios.**

La Circunferencia y sus elementos.-



Def.- Angulo del centro: es el ángulo formado por 2 radios de la misma circunferencia.-

Def.- Angulo Inscrito: a) es el ángulo formado por 2 cuerdas que parten de un mismo punto de la circunferencia. b) es 1 \angle formado por una cuerda y una tangente.

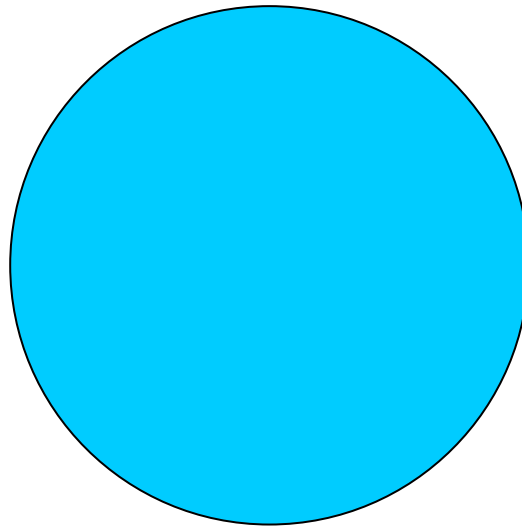
Def.- Tangente: es una recta que intersecta a la circunferencia en un punto, llamado punto de tangencia. La tangente es perpendicular al radio de tangencia.

Def.- Secante: es una recta que intersecta a la circunferencia en 2 puntos.

Def.- Arco: es un segmento de circunferencia comprendido entre 2 puntos de ella.

Def.- Semi-circunferencia: es un arco igual a la mitad de la circunferencia.

El Círculo y sus elementos.-

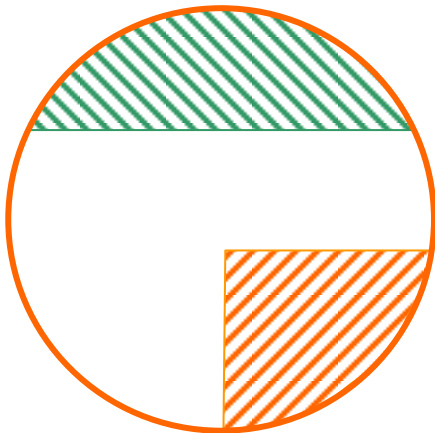


 El círculo

Área del círculo

$$A = \pi \cdot r^2$$

Def.- Círculo: Es la región interior del plano limitado por la circunferencia, la cual es la frontera separadora de la región interior y exterior.



 Segmento circular

 Sector circular

Def.- Segmento circular: es una parte del círculo limitada por una cuerda y un arco.

Def.- Semi-círculo: es la mitad del círculo, limitado por una semi-circunferencia y un diámetro.

Def.- Sector circular: es una parte del círculo limitada por 2 radios y un arco.

Ejercicios con respecto al Círculo y a la Circunferencia

Se recomienda utilizar este ejercicio como trabajo de grupo. (Se ha considerado $\pi = 3,14$)

1) Dada una \odot (O, 8cm.) calcula:

Esta abreviatura se lee: dada una \odot (circunferencia) de centro O y radio 8 centímetros...

- a) La longitud de la \odot (su perímetro)
- b) El círculo (su Área)
- c) El semiperímetro
- d) El semicírculo

2) Dadas 2 \odot , una de radio 3 cm. y otra de $r = 6$ cm. indica:

- a) El P de la \odot de mayor radio
- b) El P de la \odot de menor radio
- a) La razón entre la longitud mayor y la longitud menor

El A del \bullet (círculo) menor

El A del (círculo) \bullet mayor

- b) La razón entre el círculo mayor y el círculo menor
- c) Compara las razones obtenidas en c) y en d)

3) Indica si son V o no, las siguientes afirmaciones ¿Por qué?

- a) El ángulo inscrito es el \angle formado por 2 radios
- b) Todo \angle del centro está formado por 1 diámetro
- c) \angle del centro es el \angle formado por 2 radios
- d) El \angle inscrito mide el doble que el \angle del centro si subtienden el mismo arco
- e) El \angle del centro mide el doble que el \angle inscrito si subtienden el mismo arco.

4) Indica si el centro de la \odot Circunscrita a un Δ se encuentra dentro o fuera del Δ o en el Δ

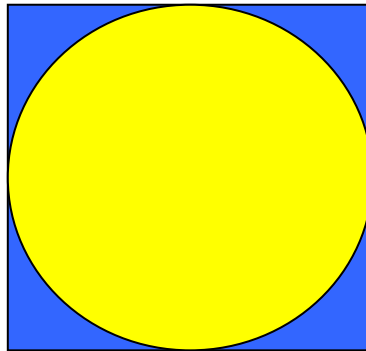
- a) En un Δ equilátero
- b) En un Δ rectángulo
- c) En un Δ obtusángulo
- d) En un Δ acutángulo

5) Señala si son V o F las siguientes afirmaciones, justificando las F

- a) Todo \angle recto subtiende 1 diámetro (\angle inscrito)
- b) Si un \angle inscrito subtiende un arco de 180° , ese \angle es recto
- c) 2 radios siempre forman 1 diámetro
- d) La suma de las longitudes de 2 radios es igual a la longitud del diámetro

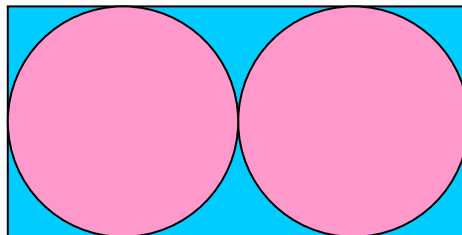
6) Sea \odot (O, 4 cm.) inscrita en el cuadrado ABCD. Encuentra

- a) P de la \odot
- b) P del cuadrado
- c) A del círculo
- d) A del cuadrado
- e) A coloreada azul

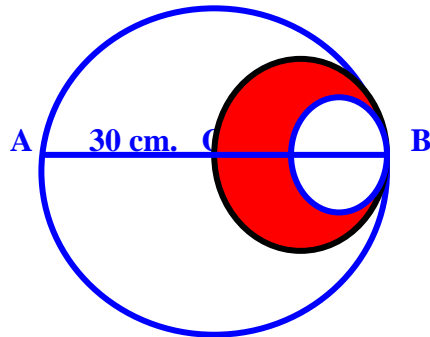


7) Sea ABCD un rectángulo cuyo ancho mide 8 cm. y su largo mide 16 cm.. Calcula

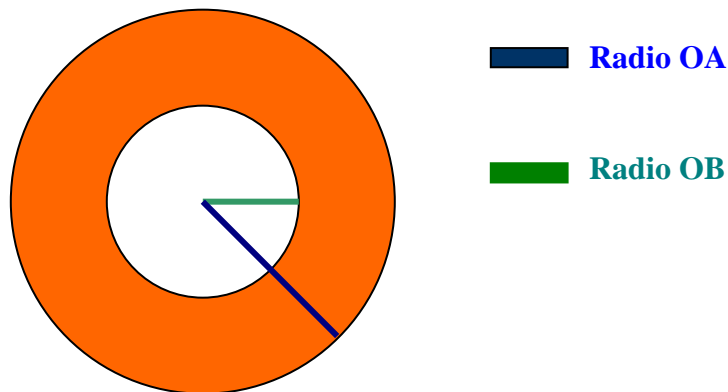
- a) P del rectángulo
- b) A del rectángulo
- c) P de una circunferencia
- d) P de la suma de las semicircunferencias
- e) A de los círculos y f) A color celeste



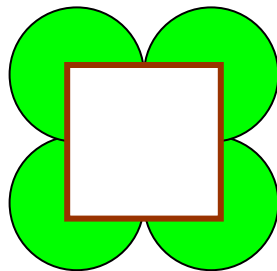
- 8) Determina A y P de la figura coloreada, sabiendo que $AB = 60 \text{ cm.}$; $OA = \text{radio}$ y $\frac{OA}{4}$ es el diámetro de la \odot pequeña



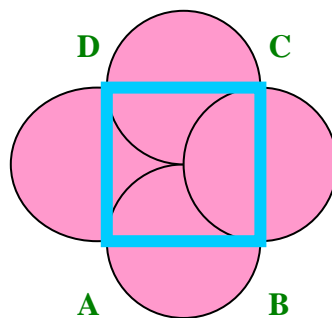
- 9) Calcula el A sombreada sabiendo que $OA = 30 \text{ cm.}$ y $OB = 20 \text{ cm.}$



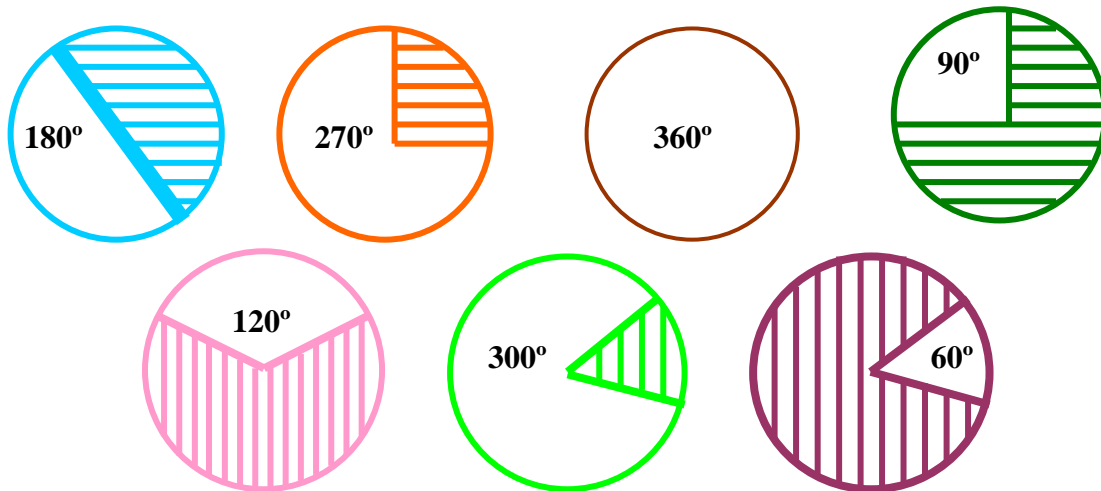
- 1) Calcula P y A de la parte sombreada de la figura sabiendo que ABCD es un cuadrado y que el lado del cuadrado mide 10 cm..



- 2) Encuentra el P de lo sombreado sabiendo que ABCD es un cuadrado y que $AB = 20 \text{ cm.}$

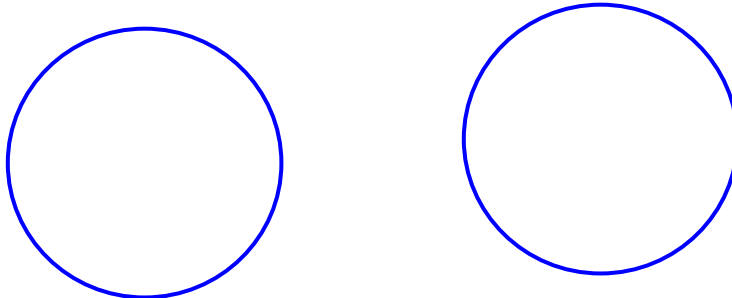


3) Indica que % representa el Área achurada o sombreada en cada gráfico circular.



4) **Grafica** (gráfico circular) las siguientes situaciones:

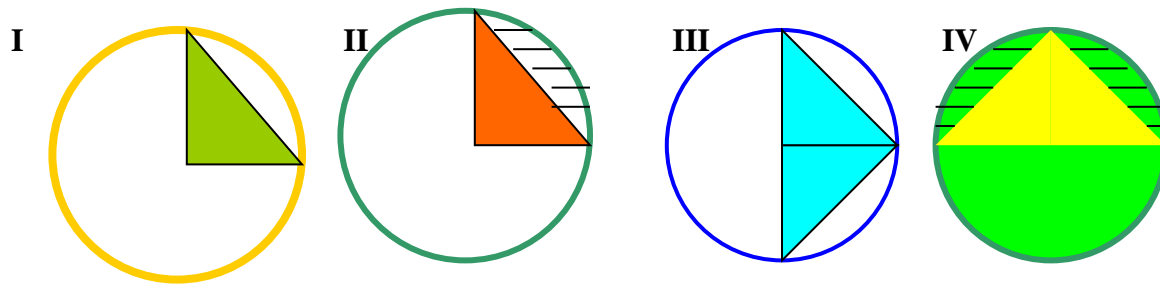
- Una familia destina el 20 % del presupuesto familiar a la educación de su hijo.
- Una persona duerme 8 horas, va al Colegio 6 horas, estudia 2 horas y el resto del día lo destina a otras actividades. Pinta de distintos colores.



5) ¿Qué ángulo del centro representan los siguientes porcentajes en un gráfico?

- 10 %
- 20 %
- 15 %
- 30 %
- 60 %

6) Sea $\odot (O, 4 \text{ cm.})$. Calcula el área de lo que se indica a continuación:



I Área del triángulo verde

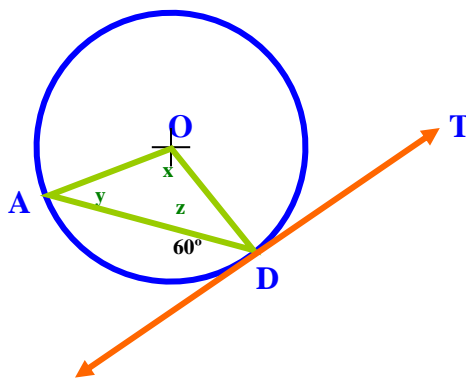
II Área achurada

III Área sombreada celeste

IV Área achurada

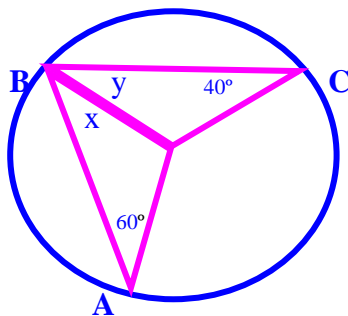
7) Calcula la medida de los ángulos pedidos si T es tangente en D a la circunferencia.

- a) $\angle z$
- b) $\angle y$
- c) $\angle x$
- d) $\angle x + y$
- e) $\angle x + \angle z$



8) $OC = OA = r$ de la $\odot (O, OC)$. Si $\angle BAO = 30^\circ \wedge \angle OCB = 40^\circ$ calcula

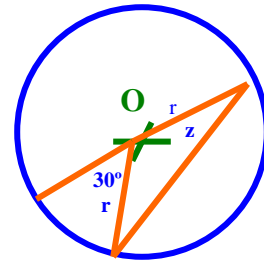
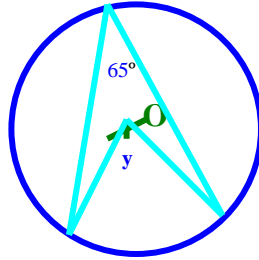
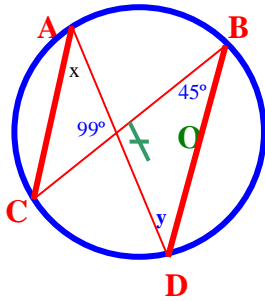
- a) $m \angle x$
- b) $m \angle y$
- c) $m \angle z$



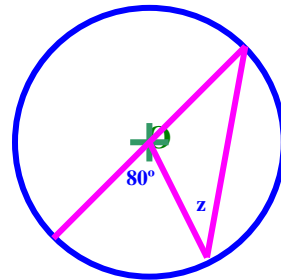
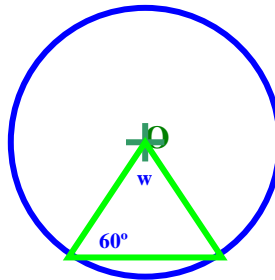
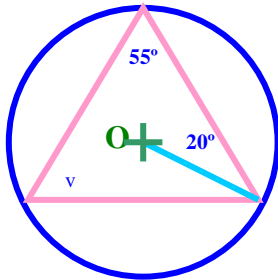
9) Calcular el Área de una \odot cuyo P es 81 m. ¿Cuál es su radio?

10) En las figuras siguientes determina x, y, z según corresponda.

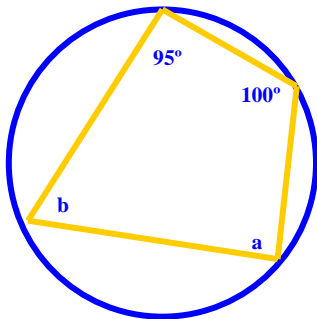
AC // BD



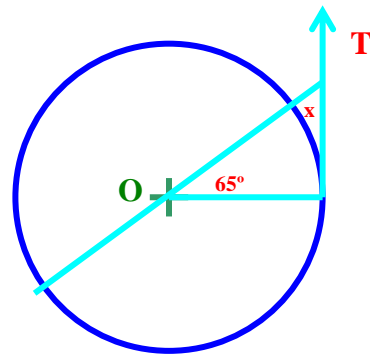
11) En las figuras siguientes \odot (centro O) determina v, w, z.-



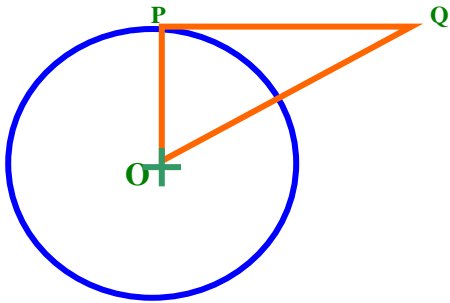
12) Determina el valor de "a" y "b"



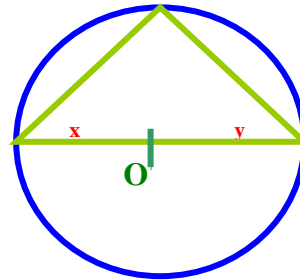
22) Determina el valor de x. (T tangente)



23) \odot (centro O), QP tangente Det. OP



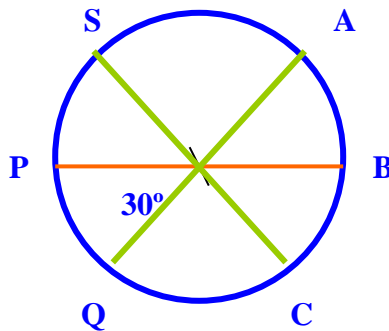
24) $\triangle ABC$ isósceles. Det. x, y.-



25) ¿Es V o F la siguiente afirmación “ El rombo y el romboide no son inscriptibles en una circunferencia. Justifica.-

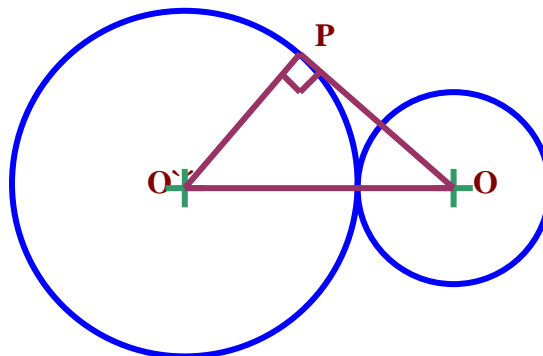
26) En la figura se han dibujado 3 diámetros. $\angle QOP = 30^\circ$. OP es bisectriz del $\angle SOQ$.

¿Cuánto mide el $\angle SOA$?



27) Si O' es el centro de la \odot de radio 10 cm.; O es el centro de la \odot de radio 8 cm..

Determina cuanto mide el segmento OP si OP es tangente a la \odot de centro O' .



CAPITULO X

POLIEDROS.-

Son cuerpos limitados por polígonos. Hay poliedros convexos y poliedros regulares.

Poliedros regulares.-

Sus caras son polígonos regulares iguales. Los principales poliedros

regulares son:

4 caras = tetraedro

6 caras = hexaedro

8 caras = octaedro

12 caras = dodecaedro

20 caras = icosaedro

Poliedros convexos.-

Son cuerpos limitados por polígonos llamados caras, de manera que el plano de cada cara deja a un mismo lado a la figura.

Área de los poliedros.-

Es la suma del área lateral más la suma del área de las bases.

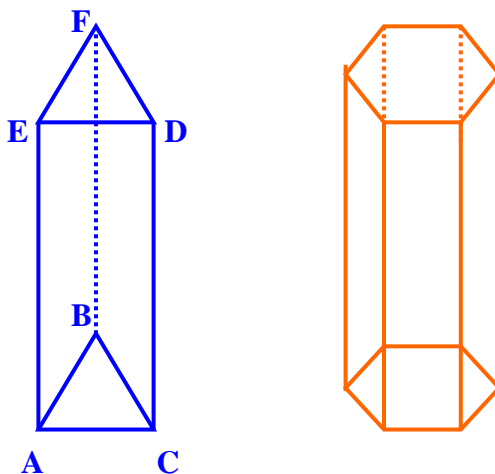
Área lateral.-

Es suma de las áreas de las caras laterales.

PRISMAS Y PIRAMIDES.-

Prisma.-

Es un poliedro limitado por varios paralelogramos y dos polígonos iguales cuyos planos son paralelos.-



Aristas laterales.- No pertenecen a las bases.- Ej: AE, BF, CD.

Altura de un prisma.- Distancia entre los planos de sus bases.

PARALELEPIPEDO.-

Prisma cuyas bases son paralelogramos. (#)



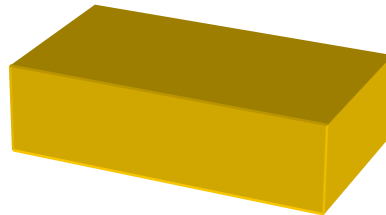
CUBO: (o hexaedro regular)

Todas sus aristas son iguales.

Sus 6 caras son cuadrados.

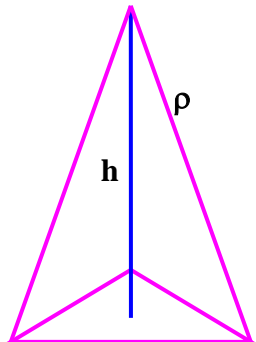
Tiene 8 vértices y 12 aristas.

ORTOEDRO.- Un paralelepípedo se llama recto si sus aristas laterales son perpendiculares a las bases. Si las bases de un paralelepípedo son rectángulos, se llama paralelepípedo recto rectangular o también ORTOEDRO. Las 6 caras de un ortoedro son rectángulos.



PIRAMIDE.-

Es un poliedro que tiene una cara llamada base, que es un polígono cualquiera y las otras, llamadas caras laterales, son triángulos que tienen un vértice común llamado cúspide de la pirámide.



ρ = apotema lateral o altura correspondiente a las caras laterales.

h = altura bajada desde la cúspide de la pirámide hasta el centro de la base

VOLUMENES DE LOS POLIEDROS.-

El volumen de un **ORTOEDRO** es igual al producto de sus 3 dimensiones, es decir

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Por lo tanto el volumen de un **PARALELEPIPEDO** cualquiera es igual al producto del área de la base por la longitud de la altura.

El volumen de la **PIRAMIDE** es igual a un tercio del producto del área de la base por la medida de la altura.

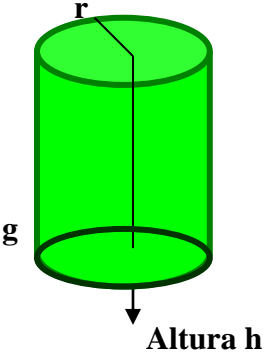
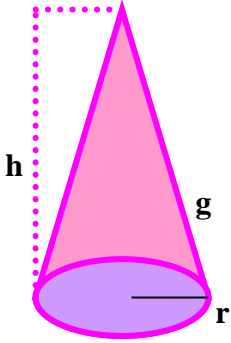
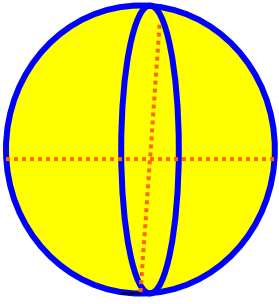
$$V = \frac{1}{3} \text{ base} \cdot h$$

Ejercicios.-

- 1) Calcula el volumen de una caja de fósforos, sabiendo que su largo es de 5 cm., su ancho es 3,7 cm. y su alto es 1,5 cm..
- 2) Calcula el área lateral de la misma caja.
- 3) Calcula el Área total de la misma caja.
- 4) Calcula el perímetro de cada una de las caras diferentes.

CAPITULO XI

CUERPOS REDONDOS.-

| CILINDRO | CONO | ESFERA |
|--|--|---|
|  <p>A diagram of a green cylinder. A vertical line from the top center to the bottom center is labeled 'Altura h'. A horizontal line from the center of the top circular face to its edge is labeled 'r'. A slanted line along the side of the cylinder is labeled 'g'.</p> |  <p>A diagram of a pink cone. A vertical dashed line from the apex to the center of the base is labeled 'h'. A horizontal line from the center of the base to its edge is labeled 'r'. A slanted line from the apex to the edge of the base is labeled 'g'.</p> |  <p>A diagram of a yellow sphere with a blue outline. A horizontal dashed line through the center represents the equator. A vertical dashed line from the top to the bottom represents the axis. A solid blue line on the surface represents a meridian. A small horizontal line from the center to the edge of the front circle is labeled 'r'.</p> |
| $A_1 = \text{Área lateral}$ | | |
| $A_1 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot g$ | $A_1 = \pi \cdot r \cdot g$ | $A_1 = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ |
| $R = \text{radio basal}$ | | |
| $G = \text{generatriz}$ | | |
| $\text{Área basal} = 2 \cdot \pi \cdot r^2$ | | |
| $A_t = \text{Área total}$ | | |
| $A_t = 2 \cdot \pi \cdot r (g + r)$ | $A_t = \pi \cdot r (g + r)$ | |
| $V = \text{Volumen}$ | | |
| $V = \pi \cdot r^2 \cdot g$ | $V = 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ | $V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$ |

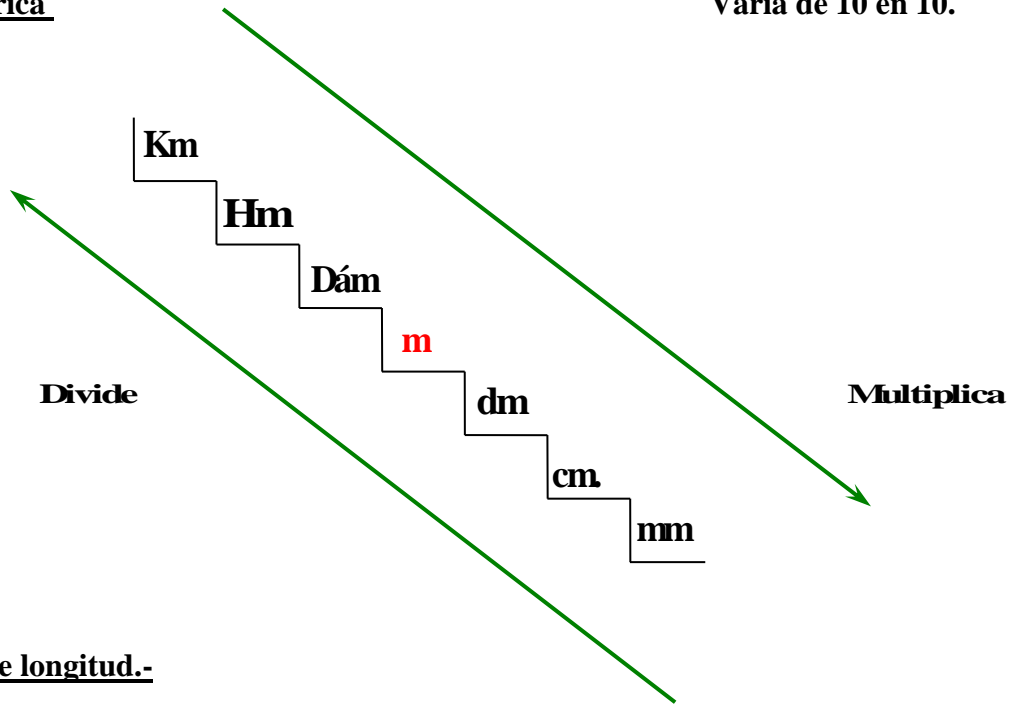
CAPITULO XII

SISTEMA METRICO.-

UNIDADES DE LONGITUD.-

Escala métrica

Varía de 10 en 10.



Unidades de longitud.-

1 kilómetro (Km.) = 1.000 metros

1 hectómetro (Hm) = 100 metros

1 decámetro (Dám) = 10 metros


1 metro (m) = 1 metro (unidad principal de longitud)

1 decímetro (dm) = 0,1 metro

1 centímetro (cm.) = 0,01 metro

1 milímetro (mm) = 0,001 metro

Tamaño de un decímetro: 
10 centímetros

Tamaño de un centímetro: 
1 cm.

TRANSFORMACIONES LINEALES DE UNIDADES.-

Expresar:

1) 3 m = Dám

17 m = Dám

4,536 m = Dám

0,459 m = Dám

Expresar en metros:

2)

a) 34 dm =

9 dm =

638cm. =

7 cm. =

9.386 mm =

84 mm =

b) 4m 7cm. =

1 dm 5mm =

6cm. 9mm =

c) 2m 4dm =

3m 4cm. =

1 m 5cm. 8mm =

3)

a) 3 dm 5 cm. 1 mm =

4 m 2 dm 5 mm =

b) 9 m 42 cm. 8 mm =

12½ cm. =

7¼ cm. =

c) 3,4 dm =

85,6 cm.

| | | | | |
|----|---------------|---|-------------------|---|
| 4) | | | | |
| a) | 58 Km. | = | b) 7 Hm 3 Dám 8 m | = |
| | 76 Dám | = | 9 Hm 5 m 3 cm. | = |
| | 453 Km. | = | 4 Dám 28 mm | = |
| | 83,4 Km. | = | 1,852 Km. | = |
| | 128 Km. 7 Dám | = | 30,48 cm. | = |
| | 63 Hm 2 m | = | 63 Hm 7cm. 5 dm | = |
| | 55 Dám 13 cm. | = | 24 Km. 3m 18 cm. | = |

| | | | |
|----|------------|---|-----|
| 5) | | | |
| a) | 6 dm 7 cm. | = | dm |
| | 5 dm 9 cm. | = | m |
| | 8 dm 4 mm | = | cm. |
| | 2 cm. 9 mm | = | dm |
| | 3,4 m | = | cm. |
| | 0,36 m | = | Dám |
| | 7.5 m | = | Hm |
| | 84 m | = | Km. |
| | 3,24 Km. | = | dm |
| | 427 Hm | = | Km. |
| | 3,42 Dám | = | cm. |
| | 2½ m | = | mm |
| | 50 cm. | = | Dám |
| | 350 mm | = | cm. |
| | 3,28 Km. | = | m |

PROBLEMAS.-

- 1) **Sumar: 34 m + 76 cm. + 9 Km. + 7 Dám 5 mm-**

- 2) **Un metro de género vale \$ 4800. ¿Cuánto valen a) 25 cm. b) 20 cm. c) 50 cm. d) 125 mm?**

- 3) **Un corte de 3 m de casimir vale \$ 18.000. Una persona dice que le basta con 2,90 m. ¿Cuánto vale en tal caso?**

- 5) **¿A como resulta el m de un género si 10 cm. valen \$ 270? ¿Y otro en que 40 cm. valen \$1.080?**

- 6) **El diámetro terrestre mide 12.740 Km. y el monte más alto (Everest) 8.848 m. ¿Cuántas veces cabe el Everest en dicho diámetro? (redondee al entero)**

- 6) **Mide las dimensiones de una caja de fósforos. Exprésalas en metros.**

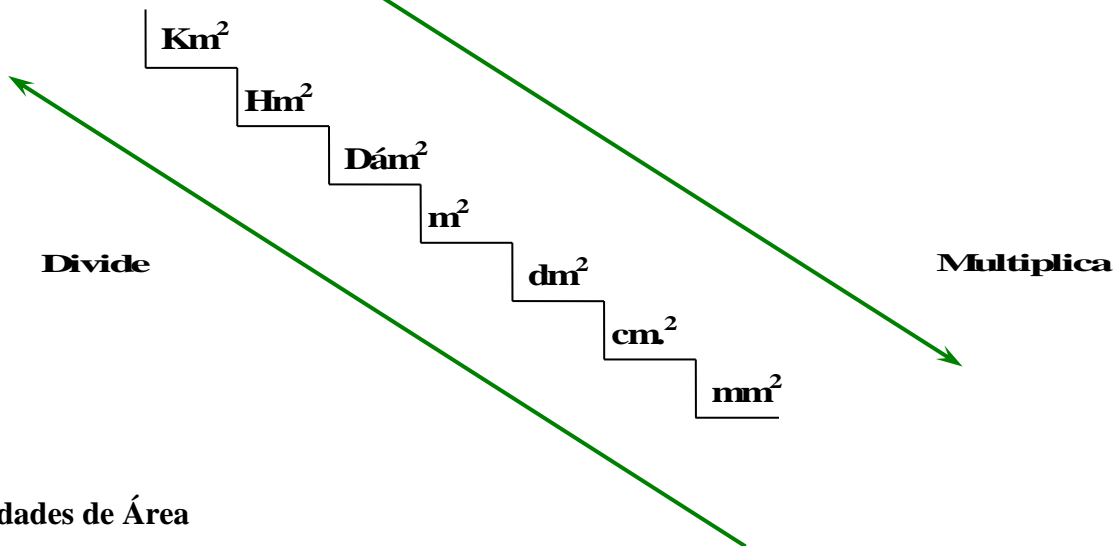
- 7) **La estrella más próxima dista de nosotros 4 años –luz. Si la luz recorre 300.000 Km. por segundo, calcula en Km. el valor de un año-luz. Expresa el resultado ayudándote con las potencias de 10.**

UNIDADES DE ÁREA.-

TRANSFORMACION DE UNIDADES.-

Escala métrica.-

Varía de 100 en 100



Unidades de Área

$$1 \text{ Kilómetro cuadrado (Km}^2\text{)} = 1.000.000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ Hectárea (Há) o (Hm}^2\text{)} = 10.000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ Decámetro cuadrado} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ metro cuadrado (m}^2\text{)} = \text{Unidad principal de área}$$

$$1 \text{ decímetro cuadrado (dm}^2\text{)} = 0,01 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ centímetro cuadrado (cm.}^2\text{)} = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ milímetro cuadrado (mm}^2\text{)} = 0,000001 \text{ m}^2$$

Tamaño aproximado de 1 cm. ²



Transformación de unidades de Área.-

1) Expresar en dm^2 , cm^2 , mm^2 .

a) 7 m^2

b) $4,6 \text{ m}^2$

| | | | |
|----|--|--|--|
| a) | | | |
| b) | | | |

2) Expresar en cm^2

| | | | |
|--------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| a) 9 m^2 | b) $4,76 \text{ m}^2$ | c) 9 cm^2 | d) 5 mm^2 |
| | | | |

3) Expresar en cm^2 y mm^2

| | | | |
|----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| a) 43 dm^2 | b) $5,2 \text{ dm}^2$ | c) 4 dm^2 | d) 3 cm^2 |
| | | | |
| | | | |

4) Expresar en m^2

| | |
|---|-------------------------------|
| a) $4 \text{ dm}^2 =$ | b) $3.877 \text{ dm}^2 =$ |
| c) $536 \text{ cm}^2 =$ | d) $1.582.730 \text{ mm}^2 =$ |
| e) $2 \text{ m}^2 =$ | f) $3 \text{ dm}^2 =$ |
| g) $3,9 \text{ cm}^2 =$ | h) $47 \text{ Há} =$ |
| i) $38,4 \text{ Há} =$ | j) $0,47 \text{ Km}^2 =$ |
| k) $9\text{Há} \ 3.780 \text{ m}^2$ | $=$ |
| l) $7 \text{ m}^2 \ 5 \text{ dm}^2 \ 38 \text{ cm}^2$ | $=$ |

5) Expresar en Há

| | | | | | | | | | |
|----|-----------------------|----|----------------------|----|-----------------------|----|--------------------|----|---------------------|
| a) | 57.000 m ² | b) | 8.400 m ² | c) | 6Há 480m ² | d) | 18 Km ² | e) | 2,6 Km ² |
| | | | | | | | | | |

6) Expresar en unidades enteras.

| | | | | | | | | | |
|----|-----------------------------------|----|------------------------------------|----|-------------|----|-------------------------------------|----|---------------------------|
| a) | $\frac{3}{4}$ de 1 m ² | b) | $\frac{1}{2}$ de 1 dm ² | c) | 10% de 1 Há | d) | $\frac{1}{4}$ de 1 cm. ² | e) | 50 % de 1 Km ² |
| | | | | | | | | | |

PROBLEMAS.-

7) Calcular el área de un cuadrado cuyo lado es: (Revisar cálculo del área de 1 ■)

| | | | | | | | | | |
|----|-------|----|-----|----|--------|----|------|----|-------|
| a) | 9 cm. | b) | 7 m | c) | 14 Km. | d) | 8 mm | e) | 5 Dám |
| | | | | | | | | | |

8) Calcular el área de un rectángulo que mide:

| | | | | | | | | | |
|----|----------|----|-----------|----|----------|----|----------|----|---------|
| a) | Largo 3m | b) | L 3,8 cm. | c) | L 4 dm | d) | L 50 cm. | e) | L 280 m |
| | Ancho 5m | | A 2,5 cm. | | A 30 cm. | | A 675mm | | A 472 m |
| | | | | | | | | | |

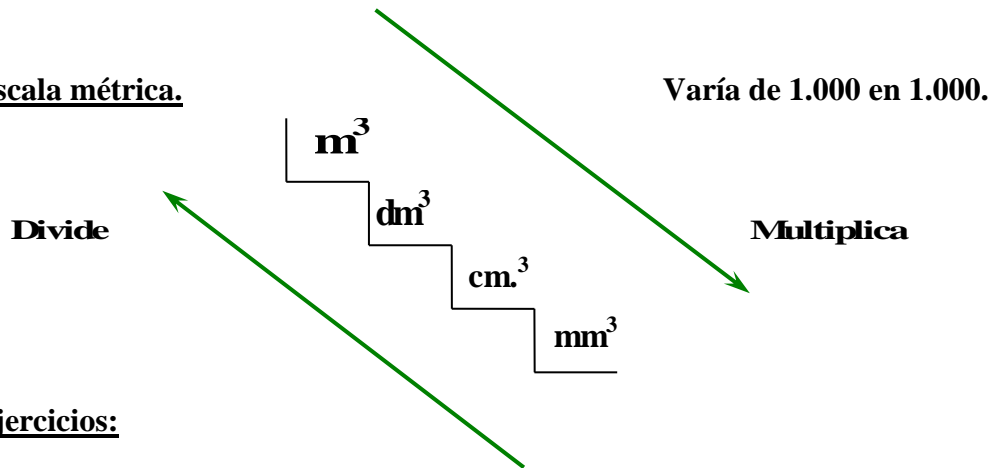
Recuerden que ambas cantidades deben estar expresadas en la misma unidad. Usar la escala métrica.

9) ¿Cuánto vale el sitio de la letra a), problema 8) si el m² cuesta \$ 52.800?

UNIDADES DE VOLUMEN.-

TRANSFORMACION DE UNIDADES.-

Escala métrica.



Ejercicios:

- 1) Expresar en dm^3 , cm^3 , mm^3 : a) 31 m^3 b) $6,43 \text{ m}^3$

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| a) | | | | |
| b) | | | | |

- 2) Expresar en m^3 como está indicado:

| | | | | | | | |
|----|-----------------------|--|----------------|----|-----------------------------------|--|----------------|
| a) | 5 dm^3 = | | m ³ | e) | 728 dm^3 = | | m ³ |
| b) | 48 dm^3 = | | m ³ | f) | 29 cm^3 = | | m ³ |
| c) | 5.700 dm^3 = | | m ³ | g) | 4.583.960 mm^3 = | | m ³ |
| d) | 9.300 cm^3 = | | m ³ | h) | 8 m^3 39 dm^3 = | | m ³ |

- 3) Expresar en las unidades indicadas:

| | | | | | | | |
|----|---------------------------|--|-----------------|----|-------------------------------------|--|-----------------|
| a) | 6 m^3 = | | dm ³ | f) | 327 cm^3 = | | dm ³ |
| b) | 876 mm^3 = | | cm ³ | g) | 8 m^3 93 dm^3 = | | dm ³ |
| c) | 9 cm^3 = | | dm ³ | h) | 9 m^3 73 cm^3 = | | dm ³ |
| d) | 9.428.327 mm^3 = | | cm ³ | i) | 1 dm^3 1 cm^3 = | | dm ³ |
| e) | 5,4 m^3 = | | dm ³ | j) | 92 cm^3 36 mm^3 = | | dm ³ |

4) Expresar en cm^3 cada una de las siguientes cantidades:

| | | | |
|----|--------------------|----|------------------------|
| a) | $16 \text{ m}^3 =$ | b) | $2,57 \text{ m}^3 =$ |
| c) | $9 \text{ dm}^3 =$ | d) | $3,5 \text{ dm}^3 =$ |
| e) | $4 \text{ mm}^3 =$ | f) | $5.900 \text{ mm}^3 =$ |

5) Sumar: **(Recuerda reducir a la misma unidad, antes de hacer la operación)**

a) $4\text{m}^3 + 8\text{m}^3 + 72\text{dm}^3 + 37\text{dm}^3 + 45\text{cm}^3 =$

b) $76\text{m}^3 + 527\text{dm}^3 + 8.700\text{cm}^3 + 6.921\text{mm}^3 =$

c) $26\text{m}^3 + 17\text{dm}^3 + 13\text{dm}^3 + 27\text{cm}^3 + 24\text{cm}^3 + 86\text{mm}^3 =$

PROBLEMAS.-

1) Mide las aristas y calcula el volumen de una caja de fósforos. (Repasa cálculo de volúmenes)

2) Calcula el volumen y el área total de cada cubo, cuyas aristas miden respectivamente:

a) 2 cm.

b) 3 dm

c) 4 m

d) 12,3mm

3) Calcula la arista de cada cubo cuyo volumen es respectivamente:

a) 125 cm^3

b) 729 dm^3

c) 64 m^3

4) Calcular el volumen útil de un closet cuyas aristas miden:

Largo = 1 m 2 cm.; Ancho = 4 dm; Alto = 1 m 30 cm..

5) Calcular el volumen de un ascensor que mide:

1 m 30 cm. en cada arista basal y 2,25 m de alto.

6) ¿Cuánto valen los ladrillos de 30 cm. de largo, 15 cm. de ancho y 6 cm. de espesor con que se hace una muralla cuyas dimensiones son: Largo 8m 40cm. 30 cm. de ancho y 4,2 m de alto, si el precio de 1.000 ladrillos es \$ 135.000?

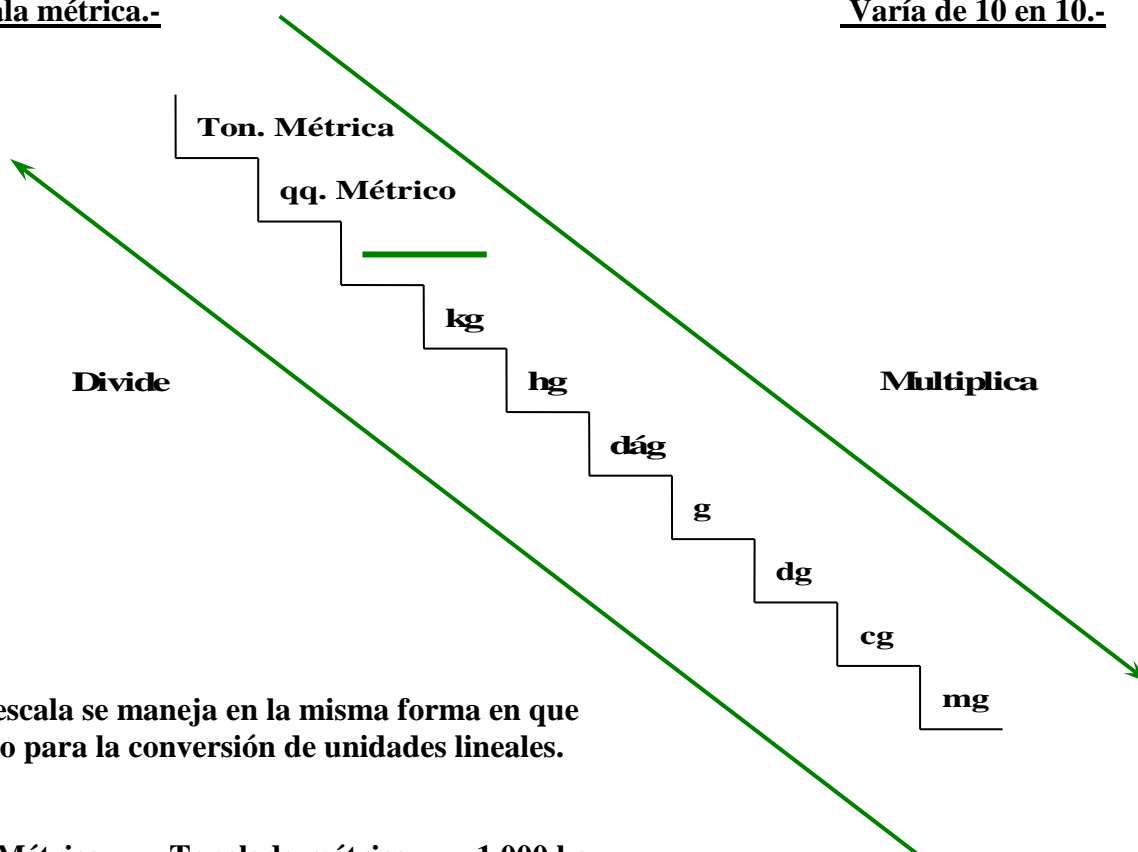
7) Calcular el área de una cara de un cubo de 2 dm de arista, su área total y su volumen.

UNIDADES DE MASA.-

TRANSFORMACION DE UNIDADES.-

Escala métrica.-

Varía de 10 en 10.-



Esta escala se maneja en la misma forma en que se hizo para la conversión de unidades lineales.

Ton. Métrica = Tonelada métrica = 1.000 kg

qq métrico = Quintal métrico = 100 kg

(Existe aquí un hueco sin nombre, pero necesario para que la escala funcione).

kg = kilogramo = 1.000 gramos (gr)

hg = hectogramo = 100 gramos (gr)

dag = decagramo = 10 gramos (gr)

Gr = gramo = Unidad principal de masa

dg = decagramo = 0,1 (gr)

cg = centígrado = 0,01 (gr)

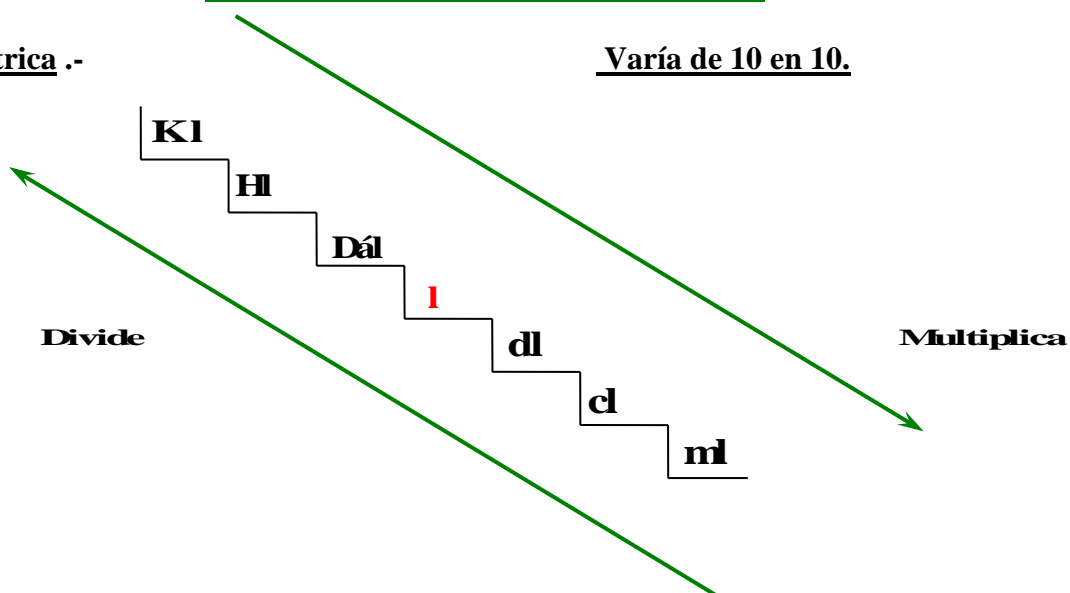
mg = miligramo = 0,001 (gr)

UNIDADES DE CAPACIDAD.-

TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.-

Escala Métrica .-

Varía de 10 en 10.



Esta escala se maneja en la misma forma en que se hizo para la conversión de unidades lineales.-

Kl = kilolitro = 1.000 litros (l)

HI = hectolitro = 100 litros (l)

Dál = decálitro = 10 litros (l)

l = litro = Unidad principal de capacidad

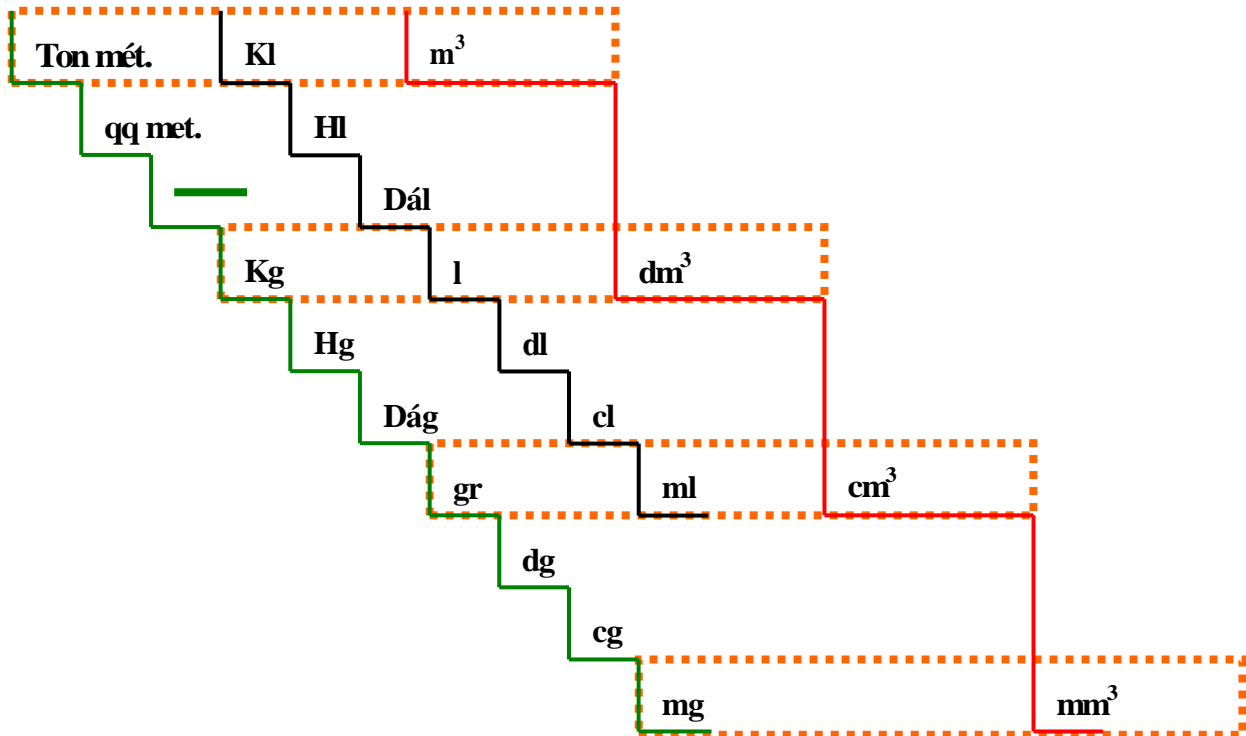
dl = decilitro = 0,1 (l)

cl = centilitro = 0,01 (l)

ml = mililitro = 0,001 (l)

Podemos establecer algunas relaciones entre las distintas unidades que acabamos de ver, siempre que el contenido al que nos estemos refiriendo sea **agua** en condiciones especiales (temperatura y altura). Esto se produce debido a que si usamos otro contenido, varía la densidad. Un ejemplo simple: ¿Ocupa el mismo volumen un kilo de algodón que un litro de mercurio? Si nos referimos al agua, las equivalencias serían las siguientes:

RELACION ENTRE MASA, CAPACIDAD Y VOLUMEN.-



Significado de las equivalencias:

Vemos que: 1 Ton métrica = 1.000 kg

1 kilómetro = 1.000 l 1 Ton m. = 1 Kl = 1 m³ (Si es agua)

1 m³ = 1.000 dm³

También 1 kg = 1 litro = 1 decímetro cúbico (Si es agua)

Así mismo 1 gr = 1 ml = 1 cm.³ (Si es agua)

EJERCICIOS Y PROBLEMAS.-

1) Expresar en gramos:

| | | | | | | | | | |
|----|----------|----|----------|----|-----------|----|------------|----|------------|
| a) | 9 kg | b) | 3,4 kg | c) | 5,71 kg | d) | 26 dag | e) | 8 hg |
| | | | | | | | | | |
| a) | 7.920 mg | b) | 5 cg | c) | 1 dag 9mg | d) | 6cg 4mg | e) | 7hg 6g 3cg |
| | | | | | | | | | |
| a) | 12kg 75g | b) | 9hg 3dag | c) | 4kg7dag2g | d) | 6kg5hg9dag | e) | 8hg4dag7cg |
| | | | | | | | | | |

2) Expresar en kilogramos:

| | | | | | | | | | |
|----|-----------|----|------------|----|------------|----|-----------|----|-----------|
| a) | 3.500 gr | b) | 43 gr | c) | 7 dag | d) | 9hg 2dag | e) | 7 kg 8dag |
| | | | | | | | | | |
| a) | 6kg 8gr | b) | 1kg3dag5gr | c) | 4kg8hg9dag | d) | 12 Ton m | e) | 83qq |
| | | | | | | | | | |
| a) | 7,2 Ton m | b) | 15 Ton 6qq | c) | 0,5 qq | d) | 1/4 Ton m | e) | 1/2 qq |
| | | | | | | | | | |

3) Expresar en decagramos:

| | | | |
|----|------|----|---------|
| a) | 3 dg | b) | 5gr 8cg |
| | | | |

4) Expresar 20 kg en cada unidad de masa:

5) Expresar 72 gr en todos los mltiplos y submltiplos del gramo

6) ¿Qué volumen y capacidad ocupan, si es agua? (Reducir previamente a 1 unidad)

| | | | | | | | | | | |
|------|----|---------|----|--------|----|----------|----|----------|----|---------|
| | a) | 2 kg | b) | 5,7 kg | c) | 4kg 36gr | d) | 9kg 5dág | e) | 12 T m |
| Vol. | | | | | | | | | | |
| Cap. | | | | | | | | | | |
| | a) | 8Tm 3qq | b) | 7,2 qq | c) | 50 gr | d) | 3hg 4dág | e) | 3kg 7mg |
| Vol. | | | | | | | | | | |
| Cap | | | | | | | | | | |

7) ¿Cuánto pesan, si es agua?

| | | | | | | | |
|----|------------------|----|----------------------|----|------------|----|---------------|
| a) | 7 litros | b) | 9 dm ³ | c) | 5,2 litros | d) | 8 litros 5 dl |
| | | | | | | | |
| a) | 3 litros 9cl 2ml | b) | 360 cm. ³ | c) | 4,5 Hl | d) | 27 Dál |
| | | | | | | | |

Problema 1) El embalse de la Laguna del Maule tiene una extensión de 86 Km² estando lleno.¿Cuántas toneladas de agua caerán sobre él en una lluvia de 60 mm?

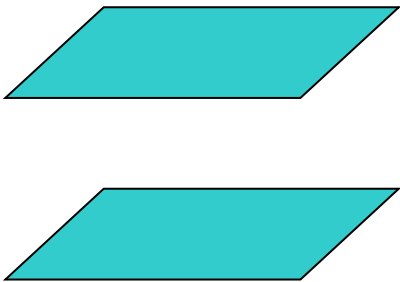
Problema 2) ¿Cuánto pesa el agua de un estanque que mide 8 m de largo; 5,4 m de ancho y 2m 5cm. de alto, estando lleno hasta el 80% de su capacidad.

CAPITULO XIII

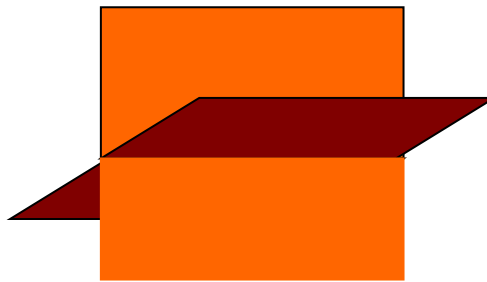
ALGUNAS INTERSECCIONES IMPORTANTES.-

Intersección entre dos planos:

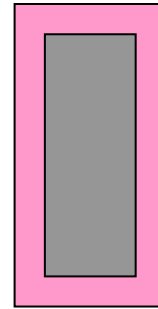
Si la intersección es vacía, los planos **son paralelos**



Si existe intersec. entre ellos, **es una línea recta.**



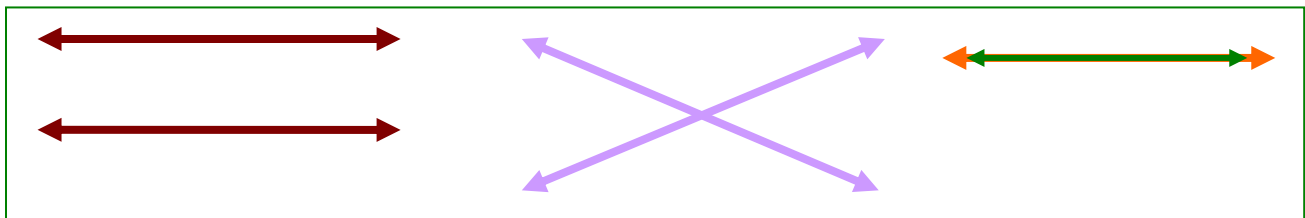
Si para todo punto existe Intersec, **son coincidentes**



Intersección de dos rectas en un plano:

Las rectas paralelas están en un mismo plano y tienen intersección vacía

I

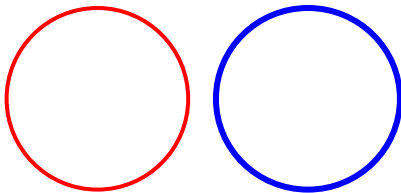


Rectas secantes son las que se intersecan e 1 punto

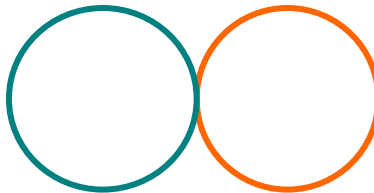
Rectas coincidentes se intersecan. En todos sus puntos.

Intersección entre 2 circunferencias:

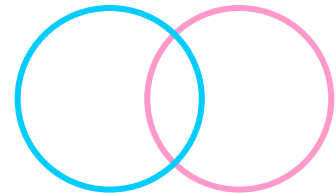
Pueden tener intersección Vacía



Circunferencias tangentes son las que se intersecan En un solo punto.



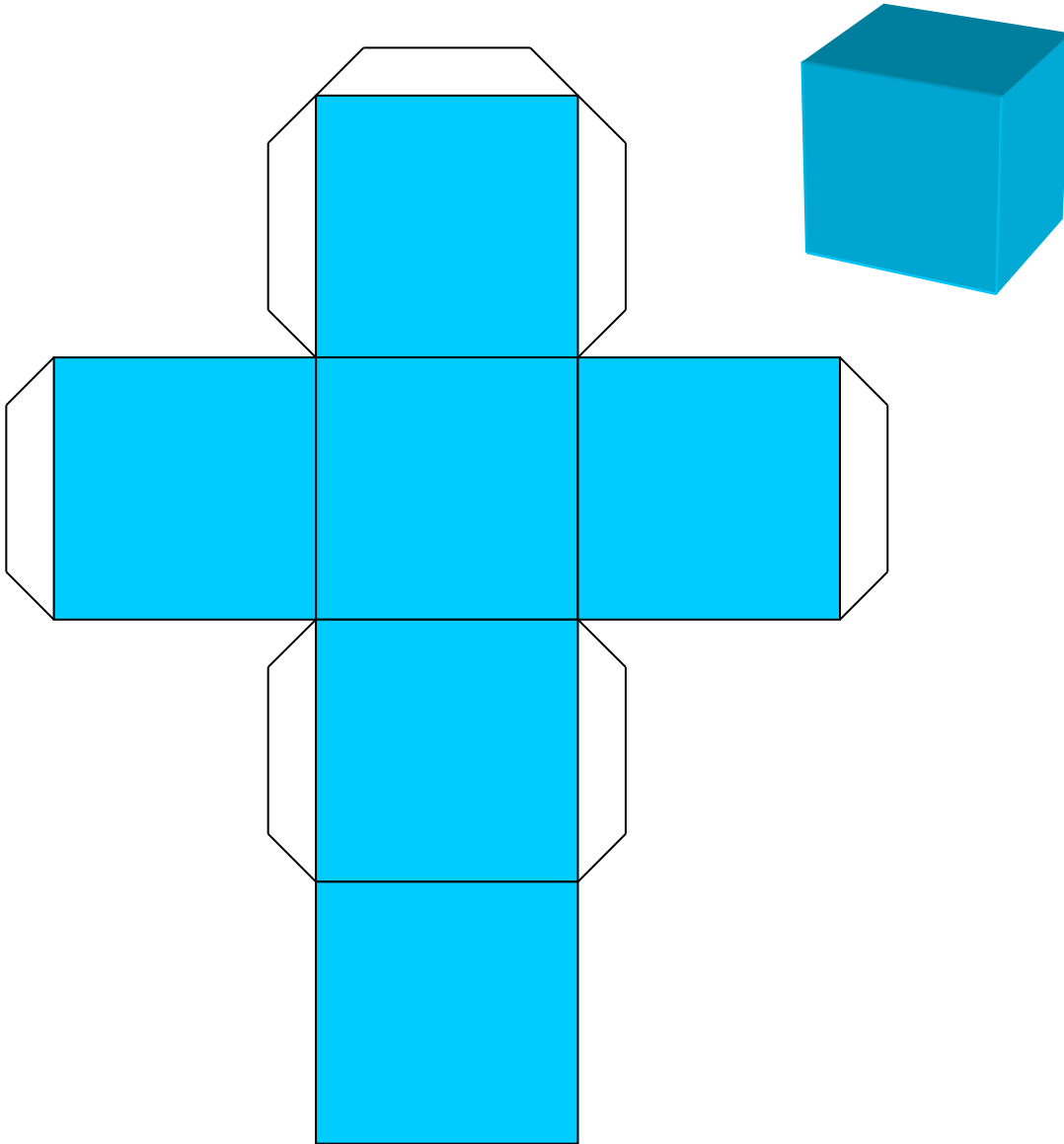
Circunferencias secantes son las que se intersecan en 2 puntos



CAPITULO XIV MODELOS DE POLIEDROS PARA RECORTAR Y ARMAR.-

Con ellos estudiaremos caras, aristas y vértices.

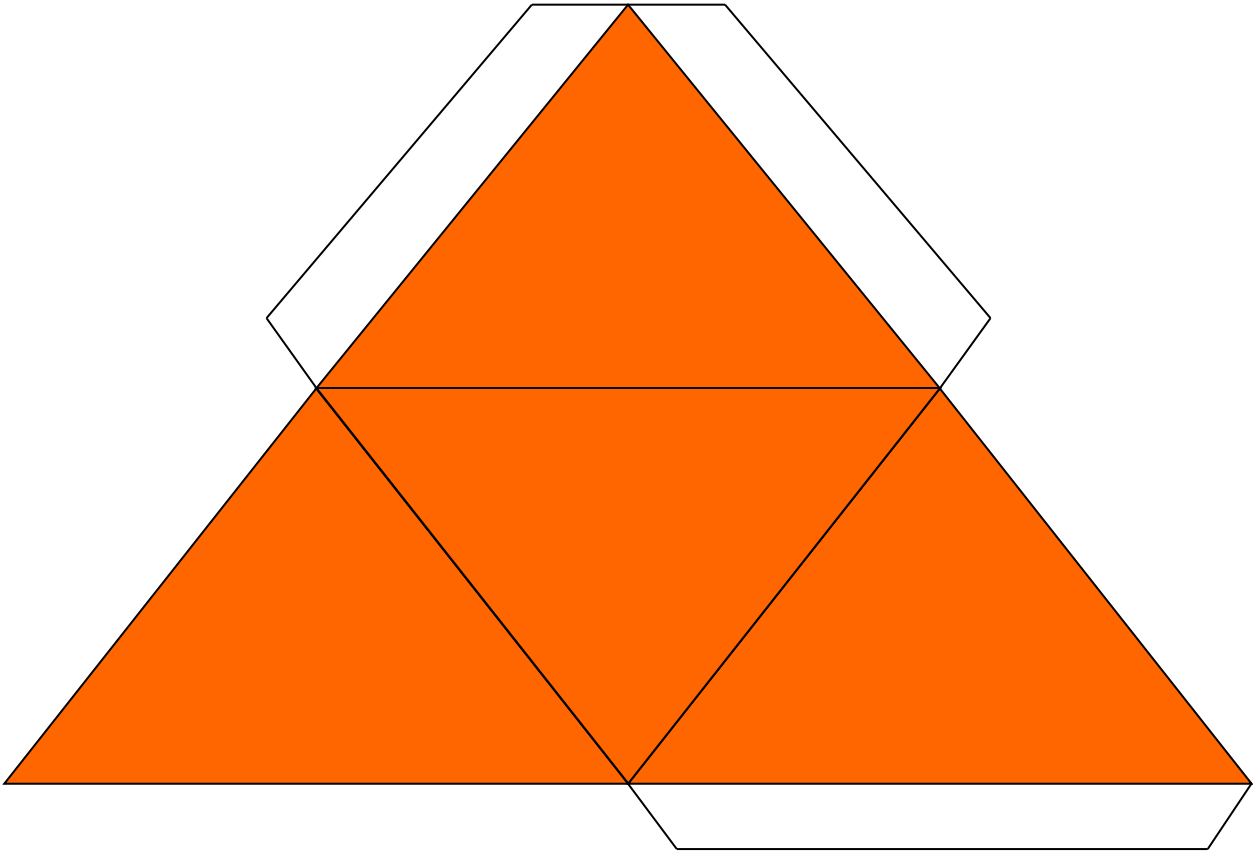
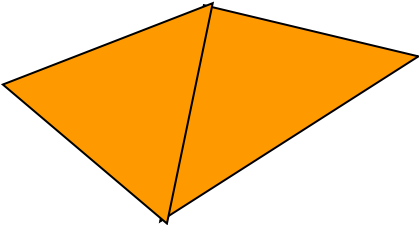
En este caso tendremos un hexaedro regular o CUBO.



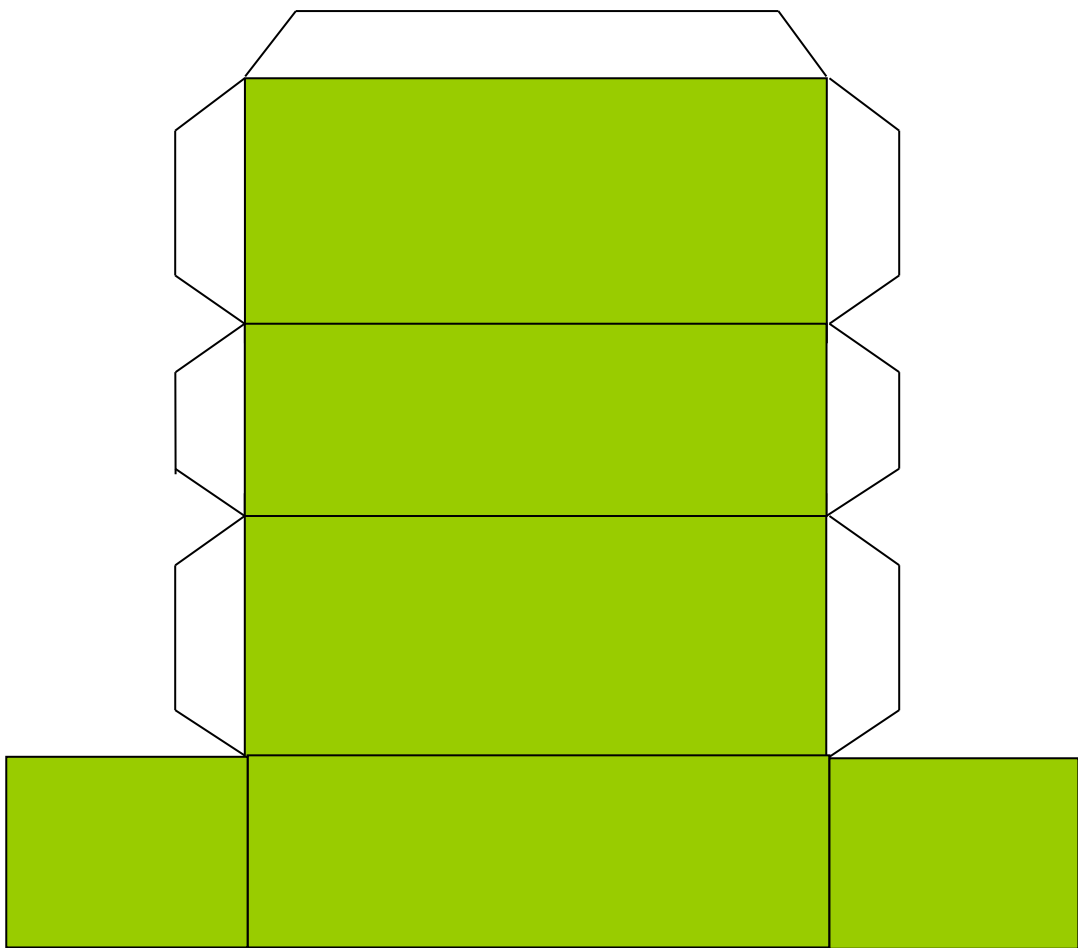
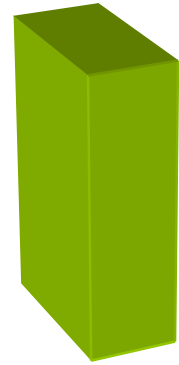
MODELO DE PIRÁMIDE PARA RECORTAR Y ARMAR.-

Tetraedro regular.

PIRAMIDE.



PARALELEPIPEDO DE BASE RECTANGULAR



SOLUCIONARIO.-

Capítulo I.-

Páginas 7, 8 y 9 los ejercicios deberán ser guiados por el profesor.

Capítulo II.

Unidad 1) La medición de ángulos también necesita supervisión y uso de escuadra, compás y transportador.

Página 14

1) $m\angle\alpha = 120^\circ$ $m\angle\beta = 30^\circ$

4) I = agudo ; II = obtuso ; III = obtuso; IV = agudo

V = recto ; VI = obtuso.

Página 17.Explicar previamente, cómo se trabaja con números complejos,.

1) $75^\circ 32'$ 2) $71^\circ 20' 02''$ 3) $45^\circ 59' 42''$ 4) $53^\circ 39' 45''$

5) a) $34^\circ 32' 45''$ b) $132^\circ 44' 48''$ c) $89^\circ 49' 40''$

 d) $34^\circ 59' 33''$ e) $2^\circ 57' 60''$

6) compl. $\alpha = 62^\circ 11' 64''$ supl. $\alpha = 152^\circ 11' 54''$

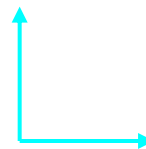
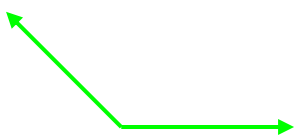
 compl. $\beta = 31^\circ 35' 22''$ supl. $\beta = 121^\circ 35' 22''$

 compl. $\chi = 2^\circ 1' 22''$ supl. $\chi = 92^\circ 1' 22''$

Página 18.-

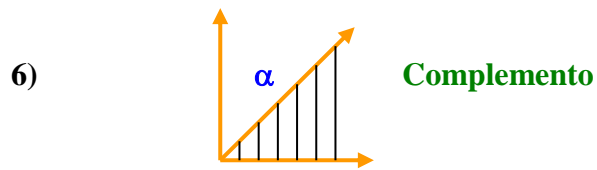
1) $m\alpha = 155^\circ$ $m\beta = 45^\circ$ $m\chi = 90^\circ$

2)



4)los grados que faltan a un ángulo agudo para completar uno recto.-

5)los que suman 90°



7)..... los grados que faltan a un ángulo para completar 180°.

1)Los que suman 180°

Página 19



11) y 12) La construcción, suma y diferencia de ángulos, necesita supervisión del profesor.

Página 20.-

13)

| $m\alpha$ | Compl. | Suplem. |
|-----------|--------|---------|
| 35° | 55° | 145° |
| 60° | 30° | 120° |
| 28° | 62° | 152° |
| 32° | 58° | 148° |

Página 21.-

1) b 2) b 3) a 4) a 5) d 6) b 7) c

Página 22.-

8) a 9) e 10) a 11) a 12) A 13) C

Página 23.-

14) b 15) b 16) d 17) b 18) $\alpha + \beta = 180^\circ$ Son suplementarios.

Capítulo III.-

Página 27.-

- 1) $X = 130^\circ$ $Y = 50^\circ$
2) $X = 55^\circ$ $Y = 125^\circ$

Página 28.-

| | | |
|----|----------------|-----------------|
| 3) | $X = 70^\circ$ | $Y = 80^\circ$ |
| 4) | $X = 70^\circ$ | $Y = 110^\circ$ |
| 5) | $X = 30^\circ$ | $Y = 100$ |
| 6) | $X = 65^\circ$ | $Y = 65^\circ$ |

Capítulo IV.-

Página 33.-

- 1) $\beta = 55^\circ$ 2) $\alpha' = 120^\circ$
 $\beta' = 125^\circ$ $\varepsilon = 90^\circ$
 $\alpha' = 125^\circ$ $\alpha = 60$
 $\delta = 70^\circ$ $\delta = 30^\circ$
 $\chi = 60^\circ$
 $\chi' = 120^\circ$

Página 34.-

- 1) $\beta = 70^\circ$ 2) $\delta = 60^\circ$ 3) $\alpha' = 60^\circ$ 4) $X = 30^\circ$
 $\beta' = 110^\circ$ $\beta' = 120^\circ$ $\alpha = 120^\circ$ $Y = 60^\circ$
 $\delta = 40^\circ$ $\varepsilon = 30^\circ$ $\beta = 30^\circ$ $Z = 90^\circ$
 $\alpha = 70^\circ$ $\gamma = 30^\circ$ $\gamma' = 150^\circ$ $W = 60^\circ$
 $\alpha' = 110^\circ$ $\delta = 75^\circ$ + 240°
 $\gamma = 30^\circ$
- 5) $X = 30^\circ$ 6) $X = 60^\circ$

Página 35.-

- 1) $X = 70^\circ$ 2) $X = 42^\circ$ 3) $X = 18^\circ$ 4) $X = 55^\circ$
 $Y = 30^\circ$
- 5) $\beta = 68^\circ$ 6) $X = 45^\circ$ 7) $X = 60^\circ$ 8) $X = 50^\circ$
 $\alpha = 56^\circ$ $y = 135^\circ$ $Y = 60^\circ$ $Y = 40^\circ$
 $\gamma = 56^\circ$ $Z = 135^\circ$

11) Δ rectángulo.

12)no hay Δ . Sólo se formaría un ángulo extendido.

13)isósceles, porque el otro ángulo debe medir también 10° .

14)el punto de \cap de las Transversales de Gravedad.

Página 43.-

OTROS EJERCICIOS.

- I a) Δ rectángulo.
b) Δ obtusángulo.
c) Δ acutángulo.
d) Δ equilátero.

II a) V b) V c) F d) F e) V f) V

III a) Escaleno b) Isósceles c) Equilátero.

IV El error está en c)

Página 44.-

V a) Las alturas b) Las T. de Gravedad. c) Las bisectrices d) Las simetrales.

VI a) V b) V c) F d) F

- VII a).....en el vértice del ángulo recto.
b).....en el interior del Δ .
c).....fuera del Δ .

VIII Coinciden.

IX a) En el vértice C. b) En la hipotenusa. c) Dentro del Δ d) Dentro del Δ .

Página 45.-

X 70°

XI Isósceles

XII 60°

XIII 60°

XIV $\frac{2a}{3}$

XV 60°

XVI 20°

XVII 18°

XVIII $\alpha = 45^\circ$
 $\beta = 45^\circ$
 $\gamma = 90^\circ$

XIX $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

XX $x = 35^\circ$
 $y = 35^\circ$
 $z = 110^\circ$

XXI $x = 23^\circ$
 $y = 134^\circ$
 $z = 69^\circ$

Página 47. 1) Area = 495 cm^2 2) Area = $5,75 \text{ Km}^2$

Página 49.

- 1) A. Total = 30 cm^2
- 2) Utilizando el compás, sobre una \odot se construye el hexágono regular y en él, un triángulo
- 3) Según el dibujo, se calcula el área total.
- 4) También según el dibujo se calcula el perímetro del polígono

Página 51.-

1) $x = 10$ 2) $x = 16$ 3) $x = 12$ 4) $x = \sqrt{130} \approx 11,4$

Página 52.-

5) $b = \sqrt{105} \approx 10,2$ $a = \sqrt{119} \approx 10,9$ $c = \sqrt{32} \approx 5,6$ $b = 12$

6) $P = \sqrt{89} = 22,4 \text{ cm}$

7) $\text{Diag} = \sqrt{50} = 7,07$

8) $b = \sqrt{84} = 9,16$

Página 53.

9) I.- $x = 12$ II.- $x = 12$ III.- $x = 5$ IV.- $x = \sqrt{32} = 5,6$

10) Perímetro = 36 cm Area = 54 cm^2

11) Perímetro = $41,4 \text{ cm}$ Area = 96 cm^2

Capítulo VI-

Página 59

- 1) $X = 65^\circ$ $U = 123^\circ$ 2) $X = 94^\circ$ $U = 78^\circ$
 $Y = 57^\circ$ $V = 148^\circ$ $Y = 68^\circ$ $V = 86^\circ$
- 3) $X = 138^\circ$ $U = 65^\circ$ 4) $X = 67^\circ$ $U = 25^\circ$
 $Y = 107^\circ$ $V = 42^\circ$ $Y = 93$ $V = 155^\circ$

Página 60.-

- 1) $X = 41^\circ$ $U = 139^\circ$ 2) $X = 31^\circ$ $U = 149^\circ$
 $Y = 139^\circ$ $V = 41^\circ$ $Y = 31^\circ$ $V = 31^\circ$
- 3) $X = 90^\circ$ $U = 41^\circ$ 4) $X = 90^\circ$ $U = 126^\circ$
 $Y = 90^\circ$ $V = 49^\circ$ $Y = 36^\circ$ $V = 54^\circ$
- 5) $X = 117^\circ$ $U = 63^\circ$ 6) $X = 28^\circ$ $U = 56^\circ$
 $Y = 63^\circ$ $V = 63^\circ$ $Y = 56^\circ$ $V = 96^\circ$
- 7) $X = 52^\circ$ $U = 38^\circ$ 8) $X = 49,5^\circ$ $U = 49,5^\circ$
 $Y = 90^\circ$ $V = 52^\circ$ $Y = 49,5^\circ$ $V = 40,5^\circ$
- 9) $X = 45^\circ$ $U = 45^\circ$ 10) $X = 65^\circ$ $U = 130^\circ$
 $Y = 90^\circ$ $V = 90^\circ$ $Y = 65^\circ$ $V = 50^\circ$

Página 61.-

| m(AB) | m(CD) | m(MN) | m(MR) | m(RN) |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 38 cm | 22 cm | 30 cm | 19cm | 11 cm |
| 30 cm | 18 cm | 24 cm | 15 cm | 9 cm |
| 32 cm | 20 cm | 26 cm | 16cm | 10 cm |
| 48 cm | 36 cm | 42 cm | 24 cm | 18 cm |
| 52 cm | 30 cm | 41 cm | 26 cm | 15 cm |
| 46 cm | 26 cm | 36 cm | 23 cm | 13 cm |
| 18,4 cm | 15 cm | 16,7 cm | 9,2 cm | 75 cm |
| 74 cm | 39 cm | 56,5 cm | 37 cm | 19,5 cm |
| 27,6 cm | 18,4 cm | 23 cm | 13,8 cm | 9,2 cm |
| 54 cm | 16 cm | 35 cm | 27 cm | 8 cm |

- 1) $X = 130^\circ$ 2) $X = 62^\circ$
 $Y = 35^\circ$ $Y = 118^\circ$
 $Z = 145^\circ$ $Z = 132^\circ$

Página 62.-

- | | |
|---|---|
| 1) $X = 90^\circ$ $Y = 105^\circ$ $Z = 105^\circ$ | 2) $X = 90^\circ$ $Y = 70^\circ$ $Z = 110^\circ$ |
| 3) $X = 40^\circ$ $Y = 140^\circ$ $Z = 140^\circ$ | 4) $X = 53^\circ$ $Y = 53^\circ$ $Z = 127^\circ$ |
| 5) $X = 60^\circ$ $Y = 38^\circ$ $Z = 38^\circ$ | 6) $X = 82^\circ$ $Y = 98^\circ$ $Z = 50^\circ$ |
| 7) $X = 90^\circ$ $Y = 117^\circ$ $Z = 63^\circ$ | 8) $X = 40^\circ$ $Y = 140^\circ$ $Z = 100^\circ$ |

Página 64.-

- | | | | | |
|-------------------|-------------------|---|-------------------|---|
| 1) $x = 65^\circ$ | 2) $x = 15^\circ$ | 3) $\alpha = 45^\circ$ $\beta = 135^\circ$ $\varpi = 45^\circ$ $\phi = 45^\circ$ $\gamma = 135^\circ$ | 4) $x = 45^\circ$ | 5) $\alpha = 50^\circ$ $\alpha' = 130^\circ$ |
|-------------------|-------------------|---|-------------------|---|

Página 65.-

- 1) Cuadrilátero
- 2) Paralelogramo.
- 3) Trapecio.
- 4) 360° .
- 5) 360° .
- 6)de igual medida.
- 7)de igual medida.
- 8) Son suplementarios
- 9) Se midian
- 10) Cuadrado, Rectángulo, Rombo y Romboide
- 11) Son bisectrices. de los \angle interiores. Se \cap en 4 \angle \perp
- 12)oblicuos (2 agudos y 2 obtusos).
- 13)
 - a) Los 4 lados son de = medida
 - b) Las diagonales se \cap formando 4 \angle \perp
 - c) Los \angle opuestos son \cong entre si.
- 14) Es un paralelogramo y tiene sus lados \parallel iguales y sus \angle oblicuos.

Página 66.-

15) Trapecio Isósceles, Trapecio Rectángulo, Trapecio Escaleno.

El Trapecio Isósceles tiene sus lados no paralelos iguales.

16) Sumando las bases inferior y superior y dividiendo esta suma por 2.

17)



PROBLEMAS.-

A.-

| | | |
|----|--------------------------|------------------|
| 1) | Area = 30cm ² | Perímetro = 22cm |
| 2) | “ = 1,84m ² | “ = 6,2m |
| 3) | “ = 0,375dm ² | “ = 2,5dm |

B.- 1) Area = 9mm² 2) Area = 81cm² 3) Area = 25m²

C.- 1) Area = 18cm² 2) Area = 12,15m² 3) Area = 2,4375m²

D.- 1) Area = 7cm² 2) Area = 49m²

Capítulo VII.-

Página 67.-

I P = 58cm II Area = 48cm² III P = 4a IV $\frac{5}{16}$ V $6a+2a\sqrt{2}$

Página 68.-

VI La mitad o 50% VII 324cm² parte beige VIII $2a+a\sqrt{2}$ IX $3a\sqrt{2}$ X 40cm

Página 69.-

1) 20cm 2) 11,9cm 3) 44cm 4) 42cm 5) escaleno 6) 36cm

1) Cálculo de Areas. a) 25cm² b) 2,25cm² c) 0,64cm² d) $\frac{4}{9}$ cm²
 e) $\frac{16}{25}$ cm² f) $\frac{9}{16}$ m²

2) 48cm²

Página 70.-

1) E 2) C 3) D

Capítulo VIII.-

Página 76.- 1) C 2)B 3)C 4)E

Página 77.- 5) E 6)A 7)B

Capítulo IX.-

Página 81.-

- 1) a) $P = 50,24\text{cm}$ b) $200,96 \text{ cm}^2$ c) $25,12\text{cm}$ d) $100,48\text{cm}^2$
- 2) a) $P = 37,68\text{cm}$ b) $P = 18,84\text{cm}$ c) $\frac{37,68}{18,84} = \frac{2}{1}$ d) $A = 28,26\text{cm}^2$
e) $A = 113,04 \text{ cm}^2$ f) $\frac{28,26}{113,04} = \frac{1}{4}$
- 3) a) F (es el \angle formado por 2 cuerdas o por una cuerda y una tangente)
b) F (sólo uniendo los 2 radios que lo forman, sería equivalente a 1 diámetro).
c) V (por definición)
d) F (es al revés)
e) V (por definición)

Página 82.-

- 4) a)dentro del Δ b)sobre la hipotenusa c)fuera del Δ
e)dentro del Δ .
- 5) a) V b) V c) F d) V
- 6) a) $P = 25,12\text{cm}$ b) $P = 32\text{cm}$ c) $A = 50,24\text{cm}^2$ d) $A = 64\text{cm}^2$
d) $A \text{ azul} = 13,76\text{cm}^2$.
- 7) a) $P = 48\text{cm}$ b) $A = 128\text{cm}^2$ c) $P = 25,12\text{cm}$ d) $P = 25,12\text{cm}$
d) $P = 25,12\text{cm}$ e) $A = 100,48\text{cm}^2$ f) $27,52\text{cm}^2$

Página 83.-

- 8) $A = 529,875 \text{ cm}$ $P \text{ exterior} = 94,2 \text{ cm}$ $P \text{ interior} = 47,1 \text{ cm}$ $P = 141,3$
- 9) $A = 1570 \text{ cm}^2$
- 10) $A = 235,5\text{cm}^2$ $P = 94,2 \text{ cm}$
- 11) $P = 125,6\text{cm}$

Página 84.-

- 12) 1) 50% 2) 25% 3) 100% 4) 75%
5) 66% 6) 16% 7) 84%
- 13) a) Divide el primer círculo en 5 partes iguales y pinta una de ellas
b) 8hrs = 33% 6hrs = 25% 2hrs = 8,3%
- 14) a) 10% = 36° b) 20% = 72° c) 15% = 54° d) 30% = 108°
e) 60% = 216

Página 85.-

- 15) I 8cm² II 4,56cm² III 16cm² IV 9,12cm²
- 16) a) z = 60° b) y = 60° c) x = 60° d) x + y = 120°
e) x + z = 120°
- 17) a) x = 60° b) y = 40° c) z no hay

Página 86.-

- 18) P = 81 m r = 12,89 ≈ 13 m
- 19) I x = 36° y = 36° II y = 130° III z = 15°
- 20) IV v = 85° V w = 60° VI z = 40°
- 21) a + b = 165°
- 22) x = 25°

Página 87.-

- 23) OP = 3cm 24) x = 45° y = 45°
- 25) V porque sus diagonales son de distinta medida, entonces el r de la ⊙ no coincide.
- 26) ∠ SOA = 120° 27) O'P = 14,9 ≈ 15cm

Capítulo X

Página 90

- 1) V = 27,75 cm³ 2) A.lat = 52cm²
3) A tot. = 63,1 cm² 4) P_a = 10,4cm; P_b = 13cm; P_c 17,4cm

Capítulo XII

Página 93

1) 3 m = 0,3 Dám

17 m = 1,7 Dám

4,536 m = 1,4536 Dám

0,459 m = 0,0459 Dám

2) Expresar en metros:

a) 34 dm = 3,4m

9 dm = 0,9m

638cm = 6,38m

7 cm = 0,07m

9.386 mm = 9,386m

84 mm = 0,084m

c) 2m 4dm = 2,4m

3m 4cm = 3,04m

1 m 5cm 8mm = 1,058m

3)

a) 3 dm 5 cm 1 mm = 0,351m

4 m 2 dm 5 mm = 4,205m

c) 3,4 dm = 0,34m

85,6 cm = 0,856m

b) 4m 7cm = 4,07m

1 dm 5mm = 0,105m

6cm 9mm = 0,069m

b) 9 m 42 cm 8 mm = 9,428m

12½ cm = 0,125m

7¼ cm = 0,0725m =

Página 94

- a) **58 Km = 58.000m** b) **7 Hm 3 Dám 8 m = 738m**
76 Dám = 760m **9 Hm 5 m 3 cm = 905,03m**
453 Km = 453.000m **4 Dám 28 mm = 40,028m**
83,4 Km = 83.400m **1,852 Km = 1.852m**
128 Km 7 Dám = 128.070m **30,48 cm = 0,3048m**
63 Hm 2 m = 6.302m **63 Hm 7cm 5 dm = 6.300,57m**
55 Dám 13 cm = 550,13m **24 Km 3m 18 cm=24.003,18m**

5)

- a) **6 dm 7 cm = 6,7 dm**
5 dm 9 cm = 0,59 m
8 dm 4 mm = 80,4 cm
2 cm 9 mm = 0,29 dm
3,4 m = 340 cm
0,36 m = 0,036 Dám
7,5 m = 0,075 Hm
84 m = 0,084 Km
3,24 Km = 32400 dm
427 Hm = 42,7 Km
3,42 Dám = 3.420 cm
2½ m = 2.500 mm
50 cm = 0,05 Dám
350 mm = 35 cm
3,28 Km = 3.280 m

Página 95

- 1) 9.104,765 m 2) a) \$1.200; b) \$ 960; c) 2.400; d) \$ 600
 3) \$ 17.400.- 4) 1m = \$ 2.700 en los 2 casos 5) 4.440 veces
 6) 1,5cm = 0,015m 3,7cm = 0,037m 5 cm = 0,05m
 7) $94.608 \cdot 10^8$

Página 97

1)

| | dm ² | cm ² | mm ² |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) | 700 | 70.000 | 7.000.000 |
| b) | 460 | 46.000 | 4.600.000 |

2)

| | | | |
|---------------------|-----------------------|---------------------|----------------------|
| a) 9m ² | b) 4,76m ² | c) 9cm ² | d) 5mm ² |
| 900 dm ² | 476 dm ² | 9 cm ² | 0,05 cm ² |

3)

| | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|---------------------|
| a) 43dm ² | b) 5,2dm ² | c) 4dm ² | d) 3cm ² |
| 4.300 cm ² | 520 cm ² | 400 cm ² | 3 cm ² |
| 43.000 mm ² | 52.000 mm ² | 40.000 mm ² | 300 mm |

4)

| | | | |
|----|--|----|---|
| a) | 4dm ² = 0,04 m ² | b) | 3.877dm ² = 38,77 m ² |
| c) | 536cm ² = 0,0536 m ² | d) | 1.582730mm ² = 1,582730 m ² |
| e) | 2m ² = 2 m ² | f) | 3dm ² = 0,03 m ² |
| g) | 3,9cm ² = 0,00039 m | h) | 47Há = 470.000 m ² |
| i) | 38,4Há = 384.000 m ² | j) | 0,47Km ² = 470.000 m ² |
| k) | 9Há 3780m ² | = | 93.780 m ² |
| l) | 7m ² 5dm ² 38cm ² | = | 7,0538 m ² |

Página 98

5)

| | | | | | | | | | |
|----|----------------------|----|---------------------|----|-----------------------|----|-------------------|----|--------------------|
| a) | 57.000m ² | b) | 8.400m ² | c) | 6Há 480m ² | d) | 18Km ² | e) | 2,6Km ² |
| | 5,7 Há | | 0,84 Há | | 6,048 Há | | 1.800 Há | | 260 Há |

6)

| | | | | | | | | | |
|----|----------------------------------|----|-----------------------------------|----|---------------------|----|------------------------------------|----|--------------------------|
| a) | $\frac{3}{4}$ de 1m ² | b) | $\frac{1}{2}$ de 1dm ² | c) | 10% de 1Há | d) | $\frac{1}{4}$ de 1 cm ² | e) | 50% de 1 Km ² |
| | 75 dm ² | | 50 cm ² | | 10 Dám ² | | 25 mm ² | | 50 Há |

PROBLEMAS.-

7)

| | | | | | | | | | |
|----|--------------------|----|-------------------|----|---------------------|----|--------------------|----|---------------------|
| a) | 9cm | b) | 7m | c) | 14Km | d) | 8mm | e) | 5 Dám |
| | 81 cm ² | | 49 m ² | | 196 Km ² | | 64 mm ² | | 25 Dám ² |

8)

| | | | | | | | | | |
|----|-------------------|----|---------------------|----|-----------------------|----|------------------------|----|------------------------|
| a) | 15 m ² | b) | 9,5 cm ² | c) | 1.200 cm ² | d) | 337.500mm ² | e) | 132.160 m ² |
|----|-------------------|----|---------------------|----|-----------------------|----|------------------------|----|------------------------|

9) \$ 792.000.-

Página 99

1)

| | dm ³ | cm ³ | mm ³ |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) | 31.000 | 31.000.000 | 31.000.000.000 |
| b) | 6.430 | 6.430.000 | 6.430.000.000 |

2)

| | | | |
|----|---|----|--|
| a) | 5dm ³ = 0,005 m ³ | e) | 728 dm ³ = 0,728 m ³ |
| b) | 48 dm ³ = 0,048 m ³ | f) | 29 cm ³ = 0,000 029 m ³ |
| c) | 5.700 dm ³ = 5,7 m ³ | g) | 4.583.960 mm ³ = 0,004583960 m ³ |
| d) | 9.300 cm ³ = 0,009300 m ³ | h) | 8m ³ 39dm ³ = 8,039 m ³ |

3)

| | | | |
|----|--|----|---|
| a) | $6\text{m}^3 = 6.000 \text{ dm}^3$ | c) | $9\text{cm}^3 = 0,009 \text{ dm}^3$ |
| b) | $876 \text{ mm}^3 = 0,876 \text{ cm}^3$ | d) | $9.428.327 \text{ mm}^3 = 9.428,327 \text{ cm}^3$ |
| e) | $5,4 \text{ m}^3 = 5.400 \text{ dm}^3$ | f) | $327 \text{ cm}^3 = 0,327 \text{ dm}^3$ |
| g) | $8\text{m}^3 93\text{dm}^3 = 8.093 \text{ dm}^3$ | h) | $9\text{m}^3 73\text{cm}^3 = 9.000,000073 \text{ dm}^3$ |
| i) | $1 \text{ dm}^3 1 \text{ cm}^3 = 1,001 \text{ dm}^3$ | j) | $92\text{cm}^3 36 \text{ mm}^3 = 0.092036 \text{ dm}^3$ |

Página 100

4) Expresar

| | | | |
|----|--|----|---|
| a) | $16\text{m}^3 = 16.000.000 \text{ cm}^3$ | b) | $2,57 \text{ m}^3 = 2.570.000 \text{ cm}^3$ |
| c) | $9 \text{ dm}^3 = 9.000 \text{ cm}^3$ | d) | $3,5 \text{ dm}^3 = 3.500 \text{ cm}^3$ |
| e) | $4 \text{ mm}^3 = 0,004 \text{ cm}^3$ | f) | $5.900\text{mm}^3 = 5,9 \text{ cm}^3$ |

5) a) $12\text{m}^3 109\text{dm}^3 45\text{cm}^3$ b) $76,535706921 \text{ m}^3$ c) $26\text{m}^3 30\text{dm}^3 51\text{cm}^3 86\text{mm}^3$

PROBLEMAS.-

1) Aristas: 5 cm ; $1,5 \text{ cm}$; $3,7 \text{ cm}$.- Volúmen : $27,75 \text{ cm}^3$

2) a) $V = 8 \text{ cm}^3$ b) $V = 27 \text{ dm}^3$ c) $V = 64 \text{ m}^3$ d) $V = 1.860,867\text{mm}^3$
 $A_T = 24 \text{ cm}^2$ $A_T = 54 \text{ dm}^2$ $A_T = 96 \text{ m}^2$ $A_T = 907,74 \text{ mm}^2$

Página 101

3) a) 5cm b) 9 dm c) 4m

4) $0,5304 \text{ m}^3$ 5) $5,76 \text{ m}^3$ 6) $\$ 529.200$ 7) $A_{\text{cara}} = 4 \text{ dm}^2$
 $A_T = 24 \text{ dm}^2$
 $V = 8 \text{ dm}^3$

Página 105

1)

| | | | | | | | | | |
|----|-----------|----|----------|----|-------------|----|--------------|----|--------------|
| a) | 9 kg | b) | 3,4 kg | c) | 5,71 kg | d) | 26 dag | e) | 8 hg |
| | 9.000 gr | | 3.400 gr | | 5.710 gr | | 260 gr | | 800 gr |
| a) | 7.920mg | b) | 5 cg | c) | 1 dag 9mg | d) | 6cg 4mg | e) | 7hg 6g 3cg |
| | 7,92 gr | | 0,05 gr | | 10,009 gr | | 0,064 gr | | 706,03 gr |
| a) | 12 kg 75g | b) | 9hg 3dag | c) | 4kg 7dag 2g | d) | 6kg 5hg 9dag | e) | 8hg 4dag 7cg |
| | 18.075 gr | | 930 gr | | 4.072 gr | | 6.590 gr | | 840.07 gr |

2)

| | | | | | | | | | |
|----|------------|----|--------------|----|--------------|----|-----------|----|----------|
| a) | 3.500gr | b) | 43gr | c) | 7 dag | d) | 9hg 2 dag | e) | 7kg 8dag |
| | 3,5 kg | | 0,043 kg | | 0,07 kg | | 0,92 kg | | 7,08 |
| a) | 6kg 80gr | b) | 1kg 3dag 5gr | c) | 4kg 8hg 9dag | d) | 12Ton m | e) | 83 qq |
| | 6,08 kg | | 1,035 kg | | 4,89 kg | | 12.000 kg | | 8.300 kg |
| a) | 7,2 Ton m. | b) | 15 Tm 6qq | c) | 0,5qq | d) | ¼ T m | d) | ½ qq |
| | 7.200 kg | | 15.600 kg | | 50 kg | | 250 kg | | 50 kg |

3)

| | | | |
|----|----------|----|-----------|
| a) | 3dg | b) | 5gr 8cg |
| | 0,03 dag | | 0,508 dag |

4) 0,02Tm 0,2qq 20 kg 200 hg 2000dag 20000gr
200000dg 2000000cg 20000000mg

5) 0,072 Kg 0,72 Hg 7,2 dag 72 gr 720 dg 7.200 cg 72.000 mg

6)

| | | | | | | | | | | |
|-------------|----|-----------------------|----|---------------------|----|-----------------------|----|----------------------|----|------------------------|
| | a) | 2 kg | b) | 5,7kg | c) | 4kg 36gr | d) | 9kg 5dág | d) | 12 Tm |
| Vol. | | 2 dm ³ | | 5,7 dm ³ | | 4,036 dm ³ | | 9,05 dm ³ | | 12.000 dm ³ |
| Cap. | | 2 lts | | 5,7 lts | | 4,036 lts | | 9,05 lts | | 12.000 lts |
| | a) | 8Tm 3qq | b) | 7,2qq | c) | 50gr | d) | 3hg 4dág | e) | 3kg 7mg |
| Vol. | | 8.300 dm ³ | | 720 dm ³ | | 50 cm ³ | | 340 cm ³ | | 3,007 dm ³ |
| Cap. | | 8.300 lts | | 720 lts | | 50 ml | | 340 ml | | 3,07 lts |

7)

| | | | | | | | |
|----|-----------------|----|---------------------|----|-------------|----|--------------|
| a) | 7 litros | b) | 9 dm ³ | c) | 15,2 litros | d) | 8litros 5 dl |
| | 7 kg | | 9 kg | | 15,2 kg | | 8,5 kg |
| a) | 3litros 9cl 2ml | b) | 360 cm ³ | c) | 4,5 hl | d) | 27 dál |
| | 3,092 kg | | 360 gr | | 450 kg | | 270 kg |

1) 5.160.000 Toneladas.

2) 70.848 Toneladas

SIMBOLOS USADOS EN EL TEXTO (Vocabulario)

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|
| 1) \mathcal{E} = Espacio | 25) V = Volumen | 49) $<$ = Menor que |
| 2) \overleftrightarrow{AB} = Recta | 26) $+$ = Suma | 50) $=$ = Es igual |
| 3) \overrightarrow{AB} = Rayo | 27) $-$ = Resta | 51) $>$ = Mayor que |
| 4) \overline{AB} = Trazo | 28) \bullet = Multiplicación | 52) \cong = Congruente |
| 5) α = Alfa | 29) \div = División | 53) \geq = Mayor o igual |
| 6) β = Beta | 30) $\sqrt{\quad}$ = Raíz | 54) \sim = Semejante |
| 7) γ = Gamma | 31) x^2 = Potencia | 55) \neq = Distinto |
| 8) δ = Delta | 32) $^\circ$ = Grado | 56) \mathcal{P} = Plano |
| 9) ε = Épsilon | 33) $\%$ = Porcentaje | 57) \sphericalangle = Angulo |
| 10) λ = Lambda | 34) \forall = Para todo | 58) $//$ = Rectas paralelas |
| 11) π = Pi | 35) \cup = Unión | 59) V = Verdadero |
| 12) ρ = Rho | 36) \cap = Intersección | 60) F = Falso |
| 13) φ = fi | 37) \perp = Angulo recto | 61) $\#$ = Paralelógramo |
| 14) χ = ji | 38) \perp = Rectas perpendiculares | |
| 15) ω = omega | 39) ∞ = Infinito | |
| 16) \triangle = Triángulo | 40) h = Altura de un triángulo | |
| 17) \square = Cuadrado | 41) $b\alpha$ = Bisectriz de 1 ángulo | |
| 18) \square = Rectángulo | 42) S_c = Simetral de un trazo | |
| 19) \bullet = Circulo | 43) t_b = Transversal de gravedad | |
| 20) \odot = Circunferencia | 44) $tgte$ = Tangente | |
| 21) r = Radio de 1 \odot | 45) M = Punto medio | |
| 22) d = Diámetro | 46) $*$ = Asterisco | |
| 23) P = Perímetro | 47) \wedge = y | |
| 24) A = Área | 48) \vee = o | |

BIBLIOGRAFIA.-

Prof J.A.Baldor
Editorial Vasco Americana S.A-
Bilbao - España

Geometría plana y del Espacio.-

Carlos Alcayaga P
Profesor de Matemáticas.

Matemática Educación Básica

Beatriz Mujica P.
M. Angélica Videla Frugone
(ARRAYAN)

Matemática Educación Básica

Adaptación Isabel Rauld V.
(ARRAYAN SIGLO XXI)

Matemática Educación Básica

Gladys Sepúlveda Romero
Pamela Solabarrieta Alvarez
Verónica Vial Reynal
(SANTILLANA)

Matemática Enseñanza Básica
Proyecto Calicanto

Manuales Preparación P.S.U.
(UNIVERSIDAD CATOLICA)